

BACHELORTHESIS

Zur Erlangung des akademischen Grades

BACHELOR OF ENGINEERING (B.ENG.)

in Kooperation mit Werner Sobek AG

WERNER SOBOK

Neustrukturierung und Erweiterung der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung in einem algorithmischen Entwurfs- & Berechnungsprozess

Vorgelegt von Lea Dominik

Betreut durch Prof. Dr.-Ing. Alexander Michalski
 HTWG Konstanz

 Dr.-Ing. Wolfgang Sundermann
 Werner Sobek AG

 M.Sc. Dominik Nimführ
 Werner Sobek AG

Eingereicht am 29.07.2022

Kurzfassung

Der Prozess der Optimierung ist in Bereichen wie der Mathematik, Wirtschaft sowie sämtlichen Ingenieurwissenschaften ein zentrales und nicht mehr wegzudenkendes Werkzeug. Mit der Motivation der Nachhaltigkeit, Effizienz und Kosteneinsparung wird im Bauwesen ein optimaler Einsatz der Materialien gefordert unter Einhaltung der geforderten statischen Nachweise.

Die Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung (kurz: MVM) greift die Anforderung auf, Material möglichst effizient einzusetzen. Diese Methode basiert darauf, die Steifigkeiten innerhalb eines geometrisch festgelegten und bereits vordimensionierten Tragwerkes durch Materialumverteilung in einem iterativen Prozess neu zu positionieren, wodurch die Verformung an einem vorab definierten kritischen Punkt reduziert wird und gleichzeitig die Verteilung der Ausnutzung gleichmäßig wird.

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, das in einer vorherigen Abschlussarbeit bereits entwickelte Grasshopper-Skript für eine praxisbezogene Anwendung zu optimieren und zu erweitern. Dieses Grasshopperskript soll neu strukturiert und auf Fehler untersucht werden. Ebenso soll ein Abbruchkriterium implementiert werden, das die Optimierung automatisch abbricht, sobald keine nennenswerte Reduzierung der Verformung infolge der Materialumverteilung mehr erfolgt. Dabei soll stetig die Tragfähigkeit aller Stäbe eingehalten sein.

Das optimierte Tool soll abschließend anhand geeigneter praxisorientierter Beispiele angewandt und validiert werden.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung.....	I
Inhaltsverzeichnis.....	II
Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	VI
1 EINLEITUNG.....	1
2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN.....	3
2.1 Systemoptimierung	3
2.2 Mathematische Grundlagen.....	5
2.3 Mechanische Grundlagen	6
2.4 Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung.....	9
2.4.1 Ablauf.....	10
2.4.2 Sensitivitätsanalyse.....	12
2.4.3 Materialumverteilung	13
3 PROGRAMMTECHNISCHE UMSETZUNG.....	14
3.1 Software.....	14
3.1.1 Rhino.....	14
3.1.2 Grasshopper.....	14
3.1.3 SOFiSTiK.....	17
3.2 Datenverschlüsselung.....	17
3.3 Neustrukturierung	19
3.3.1 Zielsetzung.....	19
3.3.2 Skriptaufbau.....	19
3.4 Skripterweiterung.....	27
3.4.1 Ausschlusskriterium Tragfähigkeit.....	27
3.4.2 Abbruchkriterium Verformung	29
4 VALIDIERUNG DES TOOLS	31
4.1 Anwendung anhand von Benchmark Beispielen	32
4.1.1 Einfeldträger mit Kragarm.....	32
4.1.2 Rahmentragwerk	39

4.1.3 Trägerrost.....	47
4.2 Praxisbeispiel – Konzerthaus München.....	54
4.3 Validierung.....	64
5 ZUSAMMENFASSUNG	66
6 AUSBLICK.....	67
Literaturverzeichnis	68
Anhang A: Formeln zu den angepassten Querschnittsgrößen infolge Δm	70
Anhang B: Anleitung zur Anwendung des MVM-Tools.....	72
Anhang C: Datenträger.....	78
Eidesstattliche Erklärung.....	79

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Eingespannter Balken aus den Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze.....	1
Abbildung 2-1: Stufen der Strukturoptimierung.....	3
Abbildung 2-2: „0-1“ Formulierung des materiellen Topologieoptimierungsproblems.....	4
Abbildung 2-3: Beispielhafte Restriktion der Variable x	5
Abbildung 2-4: Prinzipielle Vorgehensweise der MVM.....	11
Abbildung 3-1: Aufbau einer Liste.....	15
Abbildung 3-2: Darstellung eines Datenbaums aus dem Tool.....	16
Abbildung 3-3: Aufbau des Tools in Grasshopper.....	21
Abbildung 3-4: Skriptaufbau.....	22
Abbildung 3-5: Fehlermeldung bei überschrittener Tragfähigkeit.....	23
Abbildung 3-6: Ablauf im Cluster „Ausschluss Querschnittsgrenzen“.....	25
Abbildung 3-7: Ablauf im Cluster „Ausschluss Tragfähigkeit“.....	28
Abbildung 3-8: Herausfiltern der Verformung am kritischen Punkt.....	29
Abbildung 4-1: Einfeldträger mit Kragarm – statisches System.....	32
Abbildung 4-2: Einfeldträger mit Kragarm - Ausgangssystem.....	33
Abbildung 4-3: Einfeldträger mit Kragarm – Ausgangssystem – Biegemoment M_y [kNm].....	33
Abbildung 4-4: Einfeldträger mit Kragarm – Ausgangssystem - Ausnutzung.....	34
Abbildung 4-5: Einfeldträger mit Kragarm – Ausgangssystem – Verformung u_z [mm].....	34
Abbildung 4-6: Einfeldträger mit Kragarm – Optimiertes System.....	36
Abbildung 4-7: Einfeldträger mit Kragarm – Optimiertes System – Verformung u_z [mm].....	36
Abbildung 4-8: Einfeldträger mit Kragarm – Verformung u_z je Iteration.....	37
Abbildung 4-9: Einfeldträger mit Kragarm – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System.....	37
Abbildung 4-10: Einfeldträger mit Kragarm – Ausnutzungsverteilung beider Systeme.....	38
Abbildung 4-11: Rahmentragwerk – statisches System.....	39
Abbildung 4-12: Rahmentragwerk - Ausgangssystem.....	40
Abbildung 4-13: Rahmentragwerk – Ausgangssystem – Verformung u_x [mm].....	41
Abbildung 4-14: Rahmentragwerk – Ausgangssystem a) Normalkraft N [kN]; b) Moment M_y [kNm].....	41
Abbildung 4-15: Rahmentragwerk – Optimiertes System.....	43
Abbildung 4-16: Rahmentragwerk – Optimiertes System – Verformung u_x [mm].....	44

Abbildung 4-17: Rahmentragwerk – Verformung u_x je Iteration.....	45
Abbildung 4-18: Rahmentragwerk – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System.	45
Abbildung 4-19: Rahmentragwerk – Ausnutzungsverteilung beider Systeme	46
Abbildung 4-20: Trägerrost – statisches System.....	47
Abbildung 4-21: Trägerrost - Ausgangssystem	48
Abbildung 4-22: Trägerrost – Ausgangssystem – Biegemoment M_y [kNm].....	48
Abbildung 4-23: Trägerrost – Ausgangssystem – Verformung u_z [mm].....	49
Abbildung 4-24: Trägerrost – Ausgangssystem – Verformung u_z [mm] Feldmitte	49
Abbildung 4-25: Trägerrost – Ausgangssystem – Verformung u_z [mm] Randträger	49
Abbildung 4-26: Trägerrost – Optimiertes System	51
Abbildung 4-27: Trägerrost – Optimiertes System, Seitenansicht	51
Abbildung 4-28: Trägerrost – Optimiertes System – Verformung u_z [mm].....	51
Abbildung 4-29: Trägerrost – Optimiertes System – Verformung u_z [mm] Feldmitte.....	52
Abbildung 4-30: Trägerrost – Optimiertes System – Verformung u_z [mm] Randträger	52
Abbildung 4-31: Trägerrost- Verformung u_z je Iteration	52
Abbildung 4-32: Trägerrost – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System	53
Abbildung 4-33: Visualisierung des Konzerthauses in München	54
Abbildung 4-34: Statische Systeme des Konzerthauses München.....	54
Abbildung 4-35: 3D Modell – Schnitt durch den großen Saal des Konzerthauses.....	55
Abbildung 4-36: KHM – statisches System	56
Abbildung 4-37: KHM – Belastung aus ständigen Lasten	56
Abbildung 4-38: KHM – Belastung aus ständigen Lasten	57
Abbildung 4-39: KHM - Ausgangssystem	58
Abbildung 4-40: KHM – Ausgangssystem – a) Normalkraft N [kN]; b) Biegemoment M_y [kNm].....	59
Abbildung 4-41: KHM – Ausgangssystem – Verformung u_z [mm]	59
Abbildung 4-42: KHM – Optimiertes System	61
Abbildung 4-43: KHM – Optimiertes System – Verformung u_z [mm].....	61
Abbildung 4-44: KHM – Verformung u_z je Iteration	62
Abbildung 4-45: KHM – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System	62

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Zusammenstellung der virtuellen Arbeitsanteile	8
Tabelle 2-2: Modifizierungsmöglichkeiten der in dieser Arbeit bearbeiteten Querschnitte	10
Tabelle 3-1: Datenverschlüsselung	18
Tabelle 3-2: Layer 01_Geometrie - Eingabeschema	19
Tabelle 3-3: 03_Lasten - Eingabeschema	20
Tabelle 4-1: Materialeigenschaften Stahl	31
Tabelle 4-2: Einfeldträger mit Kragarm - Querschnittsparameter	33
Tabelle 4-3: Einfeldträger mit Kragarm - Daten für Optimierung	35
Tabelle 4-4: Einfeldträger mit Kragarm - Berechnungsdaten	35
Tabelle 4-5: Einfeldträger mit Kragarm - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System	37
Tabelle 4-6: Rahmentragwerk - Querschnittsparameter	40
Tabelle 4-7: Rahmentragwerk - Daten für Optimierung	42
Tabelle 4-8: Rahmentragwerk - Berechnungsdaten	42
Tabelle 4-9: Rahmentragwerk - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System	44
Tabelle 4-10: Trägerrost - Querschnittsparameter	48
Tabelle 4-11: Trägerrost - Daten für Optimierung	50
Tabelle 4-12: Trägerrost - Berechnungsdaten	50
Tabelle 4-13: Trägerrost - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System	52
Tabelle 4-14: KHM - Lastannahmen - ständige Lasten	57
Tabelle 4-15: KHM - Lastannahmen - ständige Lasten	57
Tabelle 4-16: KHM - Querschnittsparameter	58
Tabelle 4-17: KHM - Ausgangssystem - Eigenwerte	59
Tabelle 4-18: KHM - Daten für Optimierung	60
Tabelle 4-19: KHM - Berechnungsdaten	60
Tabelle 4-20: KHM - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System	61
Tabelle 4-21: KHM - Optimiertes System - Eigenwerte	63
Tabelle 4-22: KHM - Abgleich der Eigenfrequenzen	63
Tabelle 4-23: Vergleich der Berechnungen	64

1 EINLEITUNG

Im Laufe der Geschichte haben sich Baumaterialien und Bauweisen stetig gewandelt, genauso wie die Anforderungen an Konstruktionen beim Bauen. Von einer Planung, wie sie noch nicht vor allzu langer Zeit erfolgte, in der lediglich Funktionalität und Tragfähigkeit im Vordergrund stand, sind im Laufe der Zeit Aspekte wie Wirtschaftlichkeit hinzugekommen und mittlerweile ist das Thema Nachhaltigkeit auch nicht mehr wegzudenken. Das Ziel eines Ingenieurs in der heutigen Zeit ist: ein optimales Tragwerk erzeugen.

Auch wenn die Optimierung erst seit den letzten Jahrzehnten im Bauwesen ein anerkannter und relevanter Prozess ist, begann die Strukturoptimierung im Bau bereits im 17. Jahrhundert.

So hat bereits Galileo Galilei ohne mathematische Grundlagen einen horizontal eingespannten Kragbalken, der am freien Ende von einer äußeren Last beansprucht wird, analysiert und kam zu dem Ergebnis, dass die Widerstandsfähigkeit an jeder Stelle des Balkens konstant ist, wenn man die Querschnittsabmessungen dem Biegeverlauf anpasst. Dadurch kann einiges an Material eingespart werden. [1]

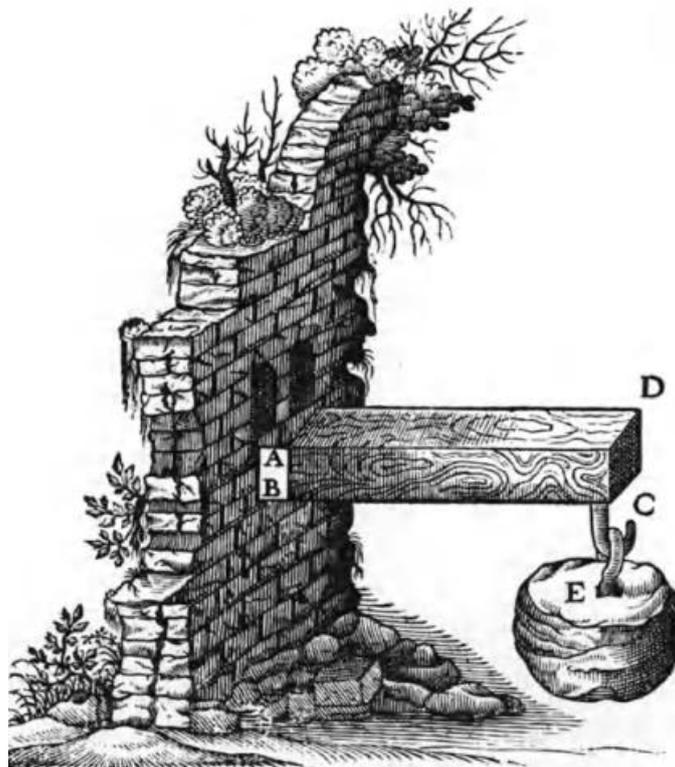


Abbildung 1-1: Eingespannter Balken aus den *Discorsi e dimostrazioni matematiche*. intorno a due nuove scienze [1]

Heute – knappe 300 Jahre später, eine Vielzahl von mathematischen und mechanischen Entdeckungen mehr und mit der Erfindung der Computertechnologie, ist die Optimierung ein stark vereinfachter und wissenschaftlich belegter Prozess.

Galilei legte einen Grundstein – auch für die hier vorgestellte, von W. Sundermann und C. Holzinger entwickelte Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung (kurz: MVM). Diese Methode basiert darauf, die Steifigkeiten innerhalb eines geometrisch festgelegten und bereits vordimensionierten

Tragwerkes durch Materialumverteilung in einem iterativen Prozess neu zu positionieren, wodurch die Verformung an einem vorab definierten kritischen Punkt reduziert wird und gleichzeitig die Verteilung der Ausnutzung gleichmäßiger wird – ohne Einbringen von zusätzlichem Material.

Die Methode der MVM wurde bereits in mehreren Abschlussarbeiten ausgearbeitet und ausformuliert. Der Beginn liegt bei C. Holzinger, der die MVM an räumlichen Stabtragwerken mittels Excel-VBA und RSTAB anwandte [2]. Nachdem bereits Flächenelemente in einer Abschlussarbeit untersucht und implementiert wurden, hat D. Nimführ [3] die Methode auf Gitterschalen übertragen und mithilfe von Excel und SOFiSTiK umgesetzt. In einem weiteren Prozess entstand eine Anwendung mittels MATLAB und SOFiSTiK. Ein erstes eigenständiges Tool hat P. Kurzenhäuser [4] mithilfe des Programmes Grasshopper als Schnittstelle zwischen Rhino und SOFiSTiK erstellt, mit dem die Optimierungsmethode an simplen Tragwerken grundlegend durchgeführt werden kann.

Für eine praxisbezogene Anwendung soll das vorhandene Grasshopper-Skript innerhalb dieser Bachelorarbeit auf Unstimmigkeiten untersucht, umstrukturiert und vereinfacht werden. Im Zuge dessen wird das Tool hinsichtlich der Automatisierung erweitert. Die Optimierung durch das Programm endete bisher, sobald die Anzahl der maximal vorgegebenen Iterationen erreicht war. Ob sich tatsächlich eine minimale Verformung eingestellt hat, ließ sich nur durch „Ausprobieren“ herausfinden. Zukünftig soll die Optimierung automatisch enden, sobald die Verformung konvergiert.

Ein weiterer Aspekt, der in diese Arbeit integriert werden soll, ist die ständige Überprüfung der Spannungsausnutzung. Ein nicht-tragfähiges Tragwerk ist ein unbrauchbares Tragwerk. Stäbe, die lokal die maximale Ausnutzung überschreiten, sollen aus dem weiteren Optimierungsprozess ausgeschlossen werden.

Anhand von einfachen Benchmark-Beispielen und komplexeren Anwendungsbeispielen soll das Programm umfangreich getestet und validiert werden.

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In diesem Kapitel wird auf die Hintergründe der hier vorgestellten Methode eingegangen. Zunächst wird die Bedeutung der Optimierung für den Entwicklungsprozess eines Tragwerkes erläutert und im nächsten Schritt wird dann auf die Bedeutung im mathematischen Sinne eingegangen. Im Anschluss geht es um die mechanischen Prinzipien hinter der MVM.

2.1 Systemoptimierung

Ein Tragwerk ist zahlreichen Kriterien und Anforderungen unterlegen, die es zu erfüllen hat. Das Ziel ist immer dasselbe: ein möglichst optimales Tragwerk zu finden – unter den jeweils gegebenen Bedingungen und Anforderungen. Dabei kann die Definition eines „optimalen Tragwerkes“ individuell ausgelegt werden – je nach den geforderten Entwurfskriterien. Meist fallen darunter Faktoren wie Kosten, Gewicht, Ausnutzung, Baubarkeit und selbstverständlich auch die Verformung.

Die Strukturoptimierung kann grundsätzlich je nach Größenordnung des Optimierungsparameters und der Phase im Entwicklungsprozess [5] in drei Bereiche unterschieden werden: die Topologieoptimierung, die Formoptimierung und die Querschnittsoptimierung (oder Dimensionierung) (Abbildung 2-1) [6] [7].

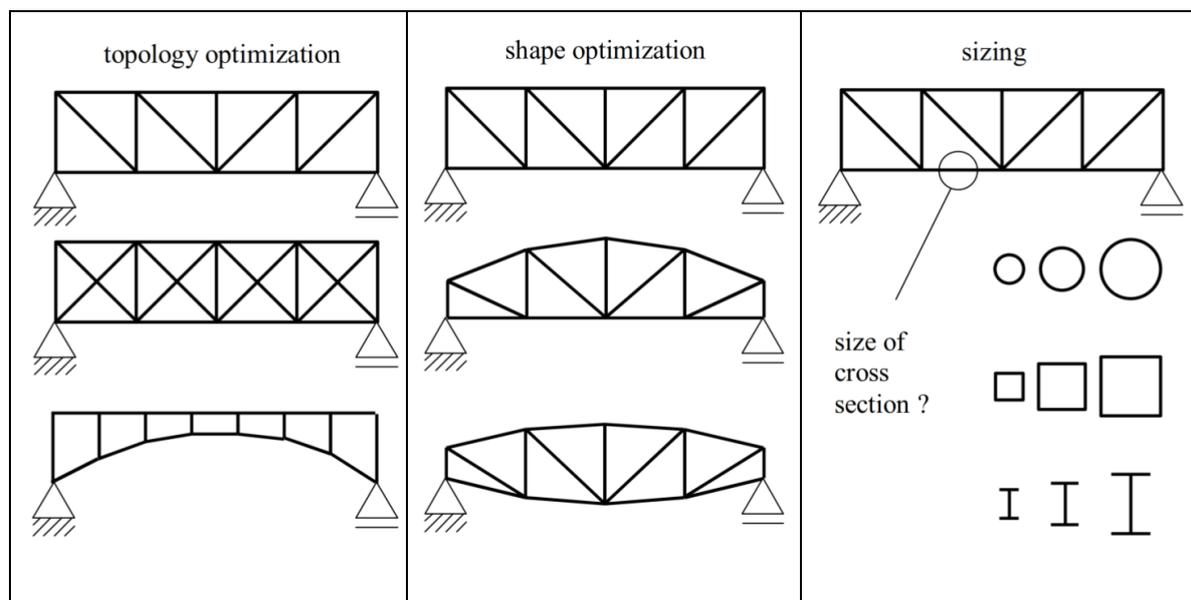


Abbildung 2-1: Stufen der Strukturoptimierung [7]

Die geometrische Topologieoptimierung legt innerhalb eines Entwurfsraumes die grundlegende Geometrie eines Systems fest, weshalb sie bereits in der ersten Phase – der Konzeptphase – erfolgt. Strukturelemente und Öffnungen werden verknüpft, getrennt, hinzugefügt oder entfernt. Meist werden mehrere Topologievarianten erstellt, miteinander verglichen und daraus das beste Ergebnis herausgezogen [7].

Neben der geometrischen Topologieoptimierung kann man einen Schritt weiter in die materielle Topologieoptimierung gehen. In der materiellen Topologieoptimierung wird innerhalb eines Strukturelementes das Material dort eingesetzt, wo es tatsächlich benötigt wird – mit dem Ziel, die Dehnungsenergie im Strukturelement zu minimieren. Ein gut darstellbares, aber mathematisch ungenaues Lösungsverfahren ist eine Diskretisierung anhand der Optimierungsvariable χ . Für $\chi = 0$ wird kein Material eingesetzt, bei $\chi = 1$ wird Material eingesetzt. Abbildung 2-2 zeigt eine optimale Materialverteilung an einem – am Kragende belasteten – Kragarm, die nahezu einem Fachwerk ähnelt [8].

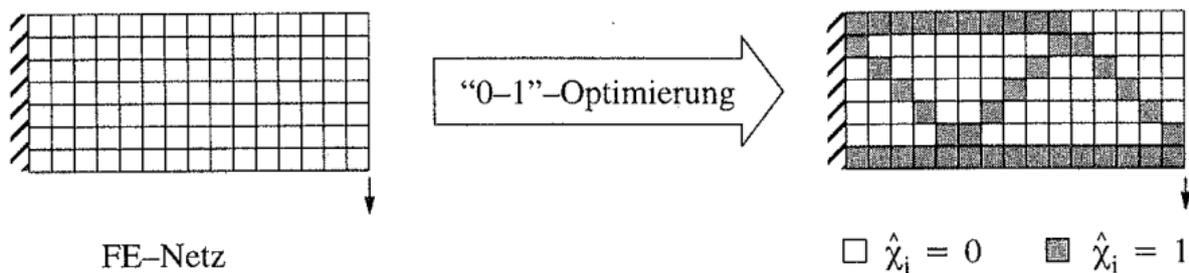


Abbildung 2-2: „0-1“ Formulierung des materiellen Topologieoptimierungsproblems [8]

Ist die geometrische Topologie definiert, beginnt die Definitionsphase, in der die Form optimiert wird. Das heißt, alle formgebenden Parameter, wie Knoten, Kanten und Rundungen werden in einer Funktion definiert und optimiert – meist mit dem Ziel, bestimmte mechanische Systemeigenschaften, wie Eigengewicht, Steifigkeit, Verformung oder Eigenfrequenz, zu maximieren bzw. minimieren [9].

Der letzte Schritt ist die Querschnittsoptimierung in der Detaillierungsphase. In dieser werden als Eingabeparameter ausschließlich die Querschnittsabmessungen oder auch die Ausrichtung der Fasern in Faserverbundwerkstoffen angepasst und optimiert. Die Geometrie des Gesamtsystems bleibt dabei bestehen. Dadurch können weiterhin Eigenschaften des Gesamtsystems – wie Tragfähigkeit, Steifigkeit, Verformung oder Gewicht optimiert werden.

Die MVM – Methode lässt sich klar der Querschnittsoptimierung zuordnen mit dem Ziel der Maximierung der Steifigkeit und daraus resultierende Minimierung der Verformung.

2.2 Mathematische Grundlagen

Eine Optimierung ist vor allem im mechanischen Bereich vielen Kriterien ausgesetzt. Diese werden mathematisch als Funktionen formuliert.

Grundlage eines Optimierungsproblems ist eine von einer oder mehreren Entwurfsvariablen x abhängige Zielfunktion $f(x)$, die einen vorher definierten Extremwert erreichen soll – allgemein wird ein Minimum definiert. Gleichzeitig können eine oder mehrere Nebenbedingungen $g(x)$, $h(x)$ definiert werden, die als Gleichung formuliert werden. Für die Variable x können ebenfalls explizit Restriktionen festgelegt und Grenzen formuliert werden:

$$x_{min} \leq x \leq x_{max}$$

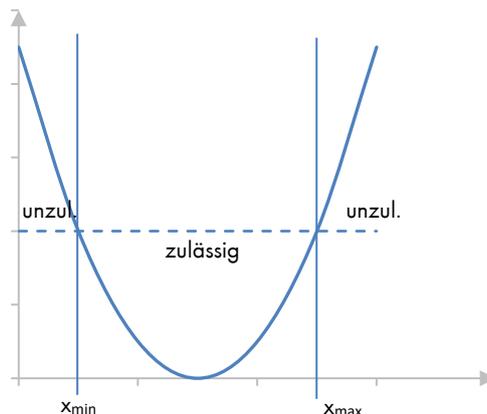


Abbildung 2-3: Beispielhafte Restriktion der Variable x

Eine Optimierungsaufgabe kann beispielsweise folgendermaßen ausgedrückt werden: [10]

$$f^*(x^*) = \min \{ f(x) \mid x \in X \} \quad \text{mit} \quad X = \{ x \in \mathbb{R} \mid g(x) \leq 0, h(x) = 0 \} \quad (2.1)$$

Daraus kann ein „hochgradig in x nicht-lineares System aus Gleichungen und Ungleichungen“ [11] entstehen, das nur in einem iterativen Prozess zu lösen ist.

Die MVM stellt nicht nur ein nicht-lineares Optimierungsproblem dar, sondern ist aufgrund der Abhängigkeit von mechanisch orientierten Entwurfskriterien von der Strukturantwort des Systems abhängig. Das heißt, dass zu jeder Iteration eine neue Analyse neuer Strukturergebnisse stattfindet [11].

2.3 Mechanische Grundlagen

Als Grundlage der hier vorgestellten und umgesetzten Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung dienen der Arbeitssatz der Mechanik und das daraus resultierende Prinzip der virtuellen Kräfte, welche im Folgenden vorgestellt werden.

Bevor auf die beiden Prinzipien näher eingegangen werden kann, muss der Begriff der mechanischen Arbeit geklärt werden.

Wird ein Körper um den Weg u infolge der äußeren Kraft F verschoben, so leistet sie auf dem Weg die Arbeit W . Definiert ist die Arbeit – vorausgesetzt Kraft und Weg haben dieselbe Wirkungsrichtung – wie folgt:

$$W = \int F du \quad (2.2)$$

Arbeitssatz

Eines der wichtigsten Prinzipien in der Statik ist das Gleichgewichtsaxiom, das unter anderem Isaac Newton formuliert hatte. Es besagt, dass zwei auf einen Körper wirkende, gleich große, aber entgegengesetzte Kräfte ein Gleichgewicht bilden [12].

Eine alternative Formulierung des Gleichgewichtsaxioms bildet der Arbeitssatz. Dieser sagt aus, dass „die Summe aller am System geleisteten inneren und äußeren Arbeiten verschwindet“ [13], was sich ergibt zu:

$$W = \Pi \quad (2.3)$$

Mit W : äußere Arbeit

Π : innere Arbeit (Formänderungsenergie)

Hier werden die sogenannten Formänderungsarbeiten betrachtet, da die Arbeit bei der Verformung geleistet wird.

Äußere Arbeiten werden von außen angreifenden Belastungen in Form von Eigenarbeit oder Verschiebungsarbeit am Gesamtsystem verrichtet.

Innere Arbeiten hingegen werden von Schnittgrößen am differentiellen Element infolge von Dehnungen und Verzerrungen geleistet. [13]

Prinzip der virtuellen Kräfte

Mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte lassen sich beliebige Verschiebungs- und Verdrehungsgrößen realer Kraftzustände an Systemen bestimmen – vorausgesetzt, die Schnittgrößen sind bekannt. Dafür benötigt man den Begriff der virtuellen Arbeit. In den Gleichungen (2.2) und (2.3) verrichten reale Kräfte auf konjugierten realen Verschiebungen eine wirkliche Arbeit. Virtuelle Arbeit bedeutet dagegen, dass in einer Gleichung eine virtuelle Kraft oder ein virtueller Weg angesetzt wird. Dennoch müssen weiterhin alle

Gleichgewichtsbedingungen am System eingehalten werden. Daher kann der Arbeitssatz aus Gleichung (2.3) direkt auch auf den virtuellen Zustand übertragen werden:

$$\bar{W} = \bar{I} \quad (2.4)$$

Mit \bar{W} : virtuelle äußere Arbeit

\bar{I} : virtuelle innere Arbeit

Das Prinzip der virtuellen Kräfte basiert – wie der Name schon sagt – auf einer angesetzten virtuellen Kraft: An dem gewünschten Ort der Verschiebung, beziehungsweise Verdrehung wird die virtuelle Kraft \bar{F} oder ein virtuelles Moment \bar{M} in Richtung der gewünschten Verschiebung auf das sonst unbelastete System aufgebracht. Die Kraft soll dabei

- eine gedachte Größe
- infinitesimal klein
- statisch und geometrisch möglich

sein. [14]

Üblicherweise wird eine Einheitslast der Größe 1 angesetzt – kurz bezeichnet $\bar{1}$. Die virtuelle äußere Arbeit ist die Arbeit der virtuellen Kraft $\bar{1}$ entlang der wirklichen Verschiebung. Sie resultiert aus den von außen einwirkenden Lasten aus dem virtuellen Kraftzustand – also aus der Kraft $\bar{1}$. Analog zu Gleichung (2.4) definiert sich die virtuelle äußere Arbeit zu:

$$\bar{W} = \bar{1} \delta \quad (2.5)$$

$$\bar{W} = \bar{1} \varphi \quad (2.6)$$

Dabei wird δ für eine Verschiebung und φ für eine Verdrehung eingesetzt.

Die virtuelle innere Arbeit ist die Arbeit der virtuellen Schnittgrößen \bar{N} , \bar{V} , \bar{M} entlang der wirklichen Verzerungen [2]. Sie wird wie folgt formuliert:

$$\bar{I} = \int \frac{N}{E A} \bar{N} dx + \int \frac{M}{E I} \bar{M} dx + \int \frac{M_T}{G I_T} \bar{M}_T dx + \int \frac{V}{G \alpha_V A} \bar{V} dx + \dots \quad (2.7)$$

Mit N, M, M_T, V : Schnittgrößen im realen Zustand

$\bar{N}, \bar{M}, \bar{M}_T, \bar{V}$: Schnittgrößen im virtuellen Zustand

E, G : Elastizitätsmodul, Schubmodul

A, I, I_T : Querschnittsfläche, Flächenträgheitsmoment, Torsionsträgheitsmoment

Werden die Gleichungen (2.5), bzw. (2.6) und (2.7) in Gleichung (2.3) entsprechend dem Arbeitssatz eingesetzt, kann die Gesamtverschiebung und -verdrehung wie folgt berechnet werden:

$$\bar{1} \delta = \int \frac{N}{E A} \bar{N} dx + \int \frac{M}{E I} \bar{M} dx + \int \frac{M_T}{G I_T} \bar{M}_T dx + \int \frac{V}{G A_V} \bar{V} dx + \dots \quad (2.8)$$

$$\bar{1} \varphi = \int \frac{N}{E A} \bar{N} dx + \int \frac{M}{E I} \bar{M} dx + \int \frac{M_T}{G I_T} \bar{M}_T dx + \int \frac{V}{G A_V} \bar{V} dx + \dots \quad (2.9)$$

Mit δ : Verformung

φ : Verdrehung

Neben den elastischen Anteilen aus den Schnittgrößen können die weiteren in Tabelle 2-1 aufgeführten Arbeitsanteile superponiert werden. Der Anteil aus Lagerverschiebung kommt aus der virtuellen äußeren Arbeit, daher ist dieser in dieser Gleichungsstellung negativ. [14]

Bei dreidimensionalen Tragwerken ist eine Trennung der Momentenanteile in y- und z- Richtung notwendig.

In allen weiteren Betrachtungen der Verformung wird der Anteil aus Querkraft vernachlässigt, da dieser verschwindend gering zur Verformung beiträgt.

Tabelle 2-1: Zusammenstellung der virtuellen Arbeitsanteile [14]

	Dehnung	Biegung	Schub	Ursache	Verformung
$\bar{1} \delta =$	$+\int_{l_i} \bar{N}_i \frac{N_i}{E A_i} dx$	$+\int_{l_i} \bar{M}_i \frac{M_i}{E I_i} dx$	$+\int_{l_i} \bar{V}_i \frac{V_i}{G \alpha_V A_i} dx$	elast. Anteil	spannungs- behaftet
	$+\sum_i \bar{N}_i \frac{N_i}{c_{N_i}}$	$+\sum_i \bar{M}_i \frac{M_i}{c_{M_i}}$	$+\sum_i \bar{V}_i \frac{V_i}{c_{V_i}}$	elast. Federanteil	
	$+\int_{l_i} \bar{N}_i \alpha_T \Delta T_{S_i} dx$	$+\int_{l_i} \bar{M}_i \frac{\alpha_{T_i} \Delta T_i}{h_i} dx$	–	Temperatur	spannungs- los
	$+\int_{l_i} \bar{N}_i \varepsilon_{s+k} dx$	$+\int_{l_i} \bar{M}_i \chi_k dx$	–	Schwinden und Kriechen	
	$+\sum_i \bar{N}_i \Delta \hat{u}_i$	$+\sum_i \bar{M}_i \Delta \hat{\varphi}_i$	$+\sum_i \bar{V}_i \Delta \hat{w}_i$	Diskontinuitäten	
	$-\sum_i \bar{F}_{LH,i} \hat{u}_i$	$-\sum_i \bar{M}_{L,i} \hat{\varphi}_i$	$-\sum_i \bar{F}_{LV,i} \hat{w}_i$	Lagerverschiebung	

2.4 Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung

Die MVM hat zum Ziel, die Verformung an einem verformungstechnisch ungünstigen Punkt durch Verlagerung einer definierten Masse einzelner Querschnittswerte – und somit auch der Steifigkeitswerte – zu minimieren. Dabei soll die Gesamtmasse konstant bleiben, die Tragfähigkeit eingehalten werden und unter dem Grenzwert der maximalen Verformung bleiben [15] [16].

Überträgt man diese Bedingungen gemäß Kapitel 2.2, erhält man folgende mathematische Definitionen:

	Allgemein	MVM	
VARIABLE	x	x	Querschnittsparameter
ZIELFUNKTION	$f(x)$	$u(x)$	Verformung
NEBENBEDINGUNGEN	$g(x)$	$m(x)$	Gesamtgewicht
	$h(x)$	$\eta(x)$	Ausnutzung
	s	s	Grenzwert der Verformung

Die Formulierung aus Formel (2.1) ergibt sich somit zu:

$$u^*(x^*) = \min \{ u(x) \mid x \in X \} \quad (2.10)$$

mit $X = \{ x \in \mathbb{R}_0^+ \mid x_{min} \leq x \leq x_{max} \mid m(x) = 0, \eta(x) \leq 1.0, u(x) \leq s \}$

Dabei ist

$$\bar{1} \delta = \int \frac{N}{EA} \bar{N} dx + \int \frac{M}{EI} \bar{M} dx + \int \frac{M_T}{GI_T} \bar{M}_T dx + \int \frac{V}{GA_V} \bar{V} dx + \dots \quad (2.8)$$

Für den Querschnittsparameter können die minimale Grenze x_{min} und die maximale Grenze x_{max} definiert werden.

Die Optimierung durchläuft eine Folge mehrerer Iterationen bis die Verformung eine gewisse Konvergenz erreicht.

2.4.1 Ablauf

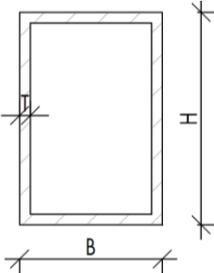
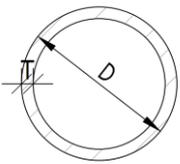
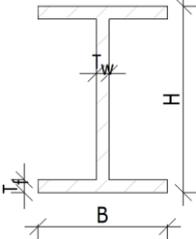
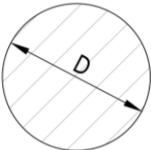
Der prinzipielle Ablauf der MVM ist in Abbildung 2-4 dargestellt.

Grundlage der Optimierung ist ein in der Topologie und Form festgelegtes und bereits vordimensioniertes und die Tragfähigkeitsanforderungen erfüllendes Tragwerk, welches unter – für die Verformung – kritischen Lasten belastet wird. Eine Einheitslast wird in einem zweiten – virtuellen – Lastfall auf den für die Verformung kritischen Punkt aufgebracht.

Die Optimierungsparameter werden zu Beginn festgelegt, wobei die Optimierung in nur eine Parameterrichtung möglich ist.

Die Optimierungsmöglichkeiten der in dieser Arbeit verwendeten Profile sind in Tabelle 2-2 aufgelistet.

Tabelle 2-2: Modifizierungsmöglichkeiten der in dieser Arbeit bearbeiteten Querschnitte

Querschnitt		Optimierungsparameter	
Rechteckhohlprofil (RHS)		H	Höhe
		B	Breite
		T	Blechstärke
Rundrohr (CHS)		D	Durchmesser
		T	Blechstärke
I - Profil (I)		H	Höhe
		B	Breite
		T_w	Stegdicke
		T_f	Flanschdicke
Rechteckvollprofil (Flach)		H	Höhe
		T	Breite
Rundstahl (Rund)		D	Durchmesser

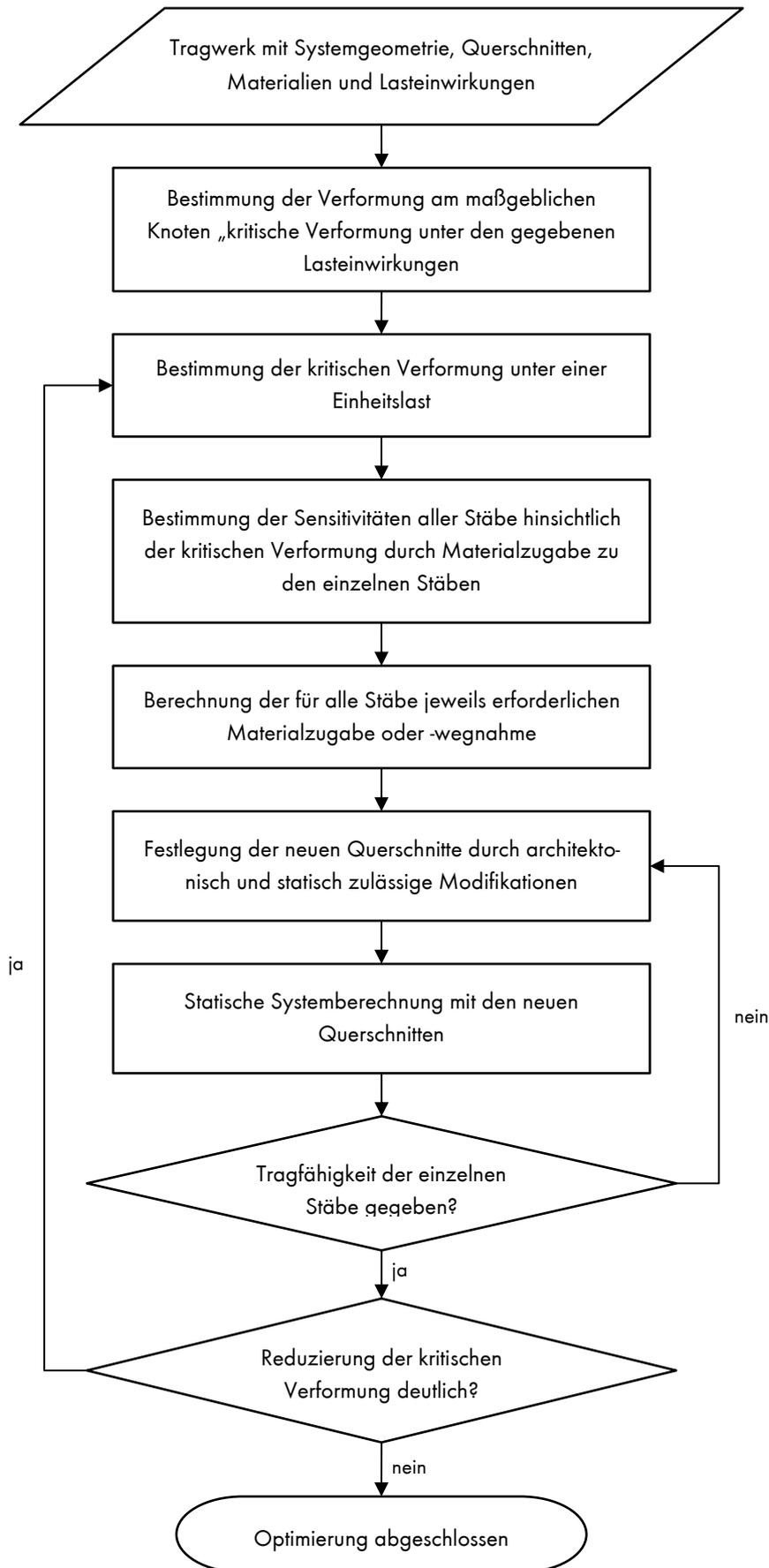


Abbildung 2-4: Prinzipielle Vorgehensweise der MVM [15]

Die Verteilung der vorher definierten Masse Δm erfolgt anhand einzelner Faktoren – den Verformungssensitivitäten – eines jeden Stabes. Die Verformungssensitivitäten spiegeln die Empfindlichkeit auf die Verformung wider – die zugehörige Berechnung wird Sensitivitätsanalyse genannt. In Kapitel 2.4.2 wird auf diesen Schritt näher eingegangen.

In jedem Iterationsschritt erfolgt anschließend eine Überprüfung der Querschnitte. Zum einen werden die Abmessungen auf Plausibilität und geometrische Möglichkeit geprüft, sowie die Einhaltung von Tragfähigkeitskriterien. Konvergiert die Verformung anschließend gegen einen Grenzwert, kann die Schleife abgebrochen werden.

2.4.2 Sensitivitätsanalyse

Mit dem Schritt der „Sensitivitätsanalyse kann die Parameterempfindlichkeit einer Lösung ermittelt werden“ [11]. In der MVM verursacht eine Veränderung der Parameter direkt eine Veränderung der Strukturantwort in dem Zusammenhang, der in Kapitel 2.3 erläutert wurde. Somit erhält man aus der Sensitivitätsanalyse sowohl eine quantitative als auch eine qualitative Aussage über die Strukturergebnisse. [11]

Die Sensitivitätsanalyse in der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung gibt Aufschluss über den Einfluss eines jeden Stabes auf die kritische Verformung.

In einem ersten Schritt wird die festgelegte umzuverteilende Masse $\Delta \hat{m}$ gleichmäßig auf alle zu optimierenden Stäbe verteilt. Abhängig vom definierten Optimierungsparameter wird der Querschnitt in diese Richtung verändert. Die Änderung der Querschnittsfläche ΔA_i berechnet sich aus der Zusatzmasse je Stab $\Delta \hat{m}_i$, der Rohdichte ρ und der Elementlänge L_i :

$$\Delta A_i = \frac{\Delta \hat{m}_i}{\rho L_i} \quad (2.11)$$

Die Formeln für die Berechnung der einzelnen Querschnittsänderungen sind in Anhang A zu finden. Die Delta - Werte ΔI_y , ΔI_z und ΔI_T ergeben sich aus der Differenz der jeweiligen Querschnittswerte aus den ursprünglichen und den modifizierten Querschnitten.

Im nächsten Schritt werden die Verformungssensitivitäten $\Delta \delta_{j,i}$ der einzelnen Stäbe i ($i = 1$ bis n) bestimmt. Sie zeigen die Veränderung der kritischen Verformung eines jeden Stabes infolge der Querschnittsmodifikation, daher setzen sie sich aus den einzelnen Verformungsanteilen aus Normalkraft, Moment und Torsionsmoment zusammen [15]:

$$\Delta \delta_{j,i} = \Delta \delta_{N,i} + \Delta \delta_{Mz,i} + \Delta \delta_{My,i} + \Delta \delta_{MT,i} \quad (2.12)$$

Der Anteil der Verformungsänderung infolge der Normalkraft setzt sich zusammen aus:

$$\Delta \delta_{N,i} = - \frac{N_i \bar{N}_i}{E A_i} L_i \frac{\Delta A_i}{A_i + \Delta A_i} \quad (2.13)$$

Infolge der Momente:

$$\Delta\delta_{My,i} = -\frac{1}{6} \left[(2 M_{y1,i} + M_{y2,i}) \bar{M}_{y1,i} + (M_{y1,i} + 2 M_{y2,i}) \bar{M}_{y2,i} \right] \frac{L_i}{E I_{y,i}} \frac{\Delta I_{y,i}}{I_{y,i} + \Delta I_{y,i}} \quad (2.14)$$

$$\Delta\delta_{Mz,i} = -\frac{1}{6} \left[(2 M_{z1,i} + M_{z2,i}) \bar{M}_{z1,i} + (M_{z1,i} + 2 M_{z2,i}) \bar{M}_{z2,i} \right] \frac{L_i}{E I_{z,i}} \frac{\Delta I_{z,i}}{I_{z,i} + \Delta I_{z,i}} \quad (2.15)$$

Infolge dem Torsionsmoment:

$$\Delta\delta_{MT,i} = \frac{M_{T,i} \bar{M}_{t,i}}{G I_{T,i}} L_i \frac{\Delta I_{T,i}}{I_{T,i} + \Delta I_{T,i}} \quad (2.16)$$

Mit $A_i, I_{y,i}, I_{z,i}, I_{T,i}$: Querschnittswerte Ausgangsquerschnitt

$\Delta A_i, \Delta I_{y,i}, \Delta I_{z,i}, \Delta I_{T,i}$: Änderung der Querschnittswerte durch Materialzugabe

Die Gesamtänderung der Verformung am Knoten j ergibt sich aus der Summe aller Stabanteile $\Delta\delta_{j,i}$:

$$\Delta\delta_{j,ges} = \sum_{i=1}^n \Delta\delta_{j,i} \quad (2.17)$$

Mit n : Querschnittswerte Ausgangsquerschnitt

2.4.3 Materialumverteilung

Aus den Verformungssensitivitäten kann nun direkt die umzuverteilende Masse je Stab $\Delta\hat{M}_i$ berechnet werden:

$$\Delta\hat{M}_i = \left(\frac{\Delta\delta_{j,i}}{\Delta\delta_{j,ges}} - \frac{1}{n} \right) \Delta\hat{M} \quad (2.18)$$

Bei einem negativen Wert wird dem Stab Material abgezogen, bei einem positiven Wert wird ihm Material zugegeben. Je kleiner also die Verformungsänderung $\Delta\delta_{j,i}$ am Stab i ist, desto geringer ist der Verformungsbeitrag dieses Stabes zur Gesamtverformung.

Durch dieses Verfahren wird gesichert, dass die Gesamtmasse des Systems gleichbleibt:

$$\sum_{i=1}^n \Delta\hat{M}_i = 0 \quad (2.19)$$

Die neue Querschnittsfläche, die aus der Materialzugabe oder -abnahme $\Delta\hat{M}_i$ resultiert, kann analog zu Gleichung (2.11) ermittelt werden. Die neuen Querschnittswerte lassen sich wiederum nach den Formeln nach Anhang A berechnen.

3 PROGRAMMTECHNISCHE UMSETZUNG

Grundlage dieser Arbeit ist das Tool aus der Abschlussarbeit von P. Kurzenhäuser [4] [17]. Das Tool wurde in dieser Arbeit in dem Programm Grasshopper erstellt, daher wird zur Erläuterung der einzelnen Komponenten auf diese Arbeit [4] verwiesen.

Die Version von Kurzenhäuser erfüllt grundsätzlich den Zweck der MVM, weist jedoch keine klare Struktur – wie diejenige in Abbildung 2-4 – auf. Außerdem läuft das Programm noch nicht voll-automatisiert ab. Der Anwender benötigt ein gewisses Gefühl für die anzugebende umzuverteilende Masse und die Iterationszahl, die die Optimierung bis zur Konvergenz benötigt.

Hauptbestandteil dieser Arbeit hier wird sein: die Neustrukturierung und Erweiterung des Grasshopper Tools von Kurzenhäuser.

Im Folgenden werden zunächst die verwendeten Programme, Plug-Ins und Werkzeuge vorgestellt. Daraufhin wird auf den implementierten Ablauf eingegangen, sowie auf die Skripterweiterungen.

3.1 Software

Das Tool basiert auf der Verwendung der Programme Rhino 7, dessen Plug-In Grasshopper und SOFiSTiK 2020, wobei das komplette Tool in Grasshopper aufgebaut wurde. Die Definition der Geometrie, der Querschnitte, des statischen Systems und der Lasten erfolgt über die CAD-Software Rhino, wobei die gesamte Optimierung wiederum über Grasshopper stattfindet, während zwischendurch eine statische Berechnung über SOFiSTiK gestartet wird und hieraus die entsprechenden Daten ausgelesen werden.

3.1.1 RHINO

Die von dem Unternehmen Robert McNeel & Associates entwickelte Software *Rhinoceros 3D* [18] ist eine Konstruktions- und Modellierungssoftware. Mit dieser Software können Geometrien aus einfachen Linien bis hin zu aufwendigen Freiformflächen konstruiert werden, welche dann im .3dm - Format gespeichert werden. Wie viele andere CAD-Programme auch, kann jedem Objekt ein Layer oder Unterlayer zugewiesen werden. Dadurch werden die Objekte eindeutig identifiziert, es können ihnen Eigenschaften zugewiesen werden oder sie können gruppiert werden.

Für Rhino stehen viele Plug-Ins zur Verfügung – eines davon ist Grasshopper, das im Standardpaket von Rhino 6 und 7 bereits enthalten ist.

Eine weitere Erweiterung bietet das „SOFiSTiK Rhinoceros Interface“ – eine Schnittstelle zwischen Rhino und SOFiSTiK, das eine Modellierung, FE-Netz Generierung und Berechnung zentral von einem Programm anbietet.

3.1.2 GRASSHOPPER

David Rutten entwickelte mit dem Plug-In *Grasshopper* [19] eine Umgebung, in der mithilfe grafischer Programmierung algorithmische Abläufe erstellt werden können. Die Hauptbestandteile innerhalb dieser Umgebung sind Parameter und Komponenten. Parameter speichern Daten. Unterschieden wird dabei zwischen geometrischen Daten wie Punkt, Fläche oder Vektor und numerischen Daten wie Zahlen oder Datenpfade.

Komponenten hingegen führen Prozesse durch. Daten werden in dem „Input“ je nach Komponente verarbeitet und das Ergebnis kann im „Output“ herausgegeben werden [20].

Die Programmierung ist intuitiv und erfordert daher keine speziellen Programmierkenntnisse. Dennoch bietet Grasshopper die Möglichkeit, eigene Skripte in den Programmiersprachen C#, Python oder Visual Basic zu erstellen, was die Möglichkeiten für Grasshopper nahezu grenzenlos macht.

Um ganze Abläufe zu erstellen, werden die einzelnen Komponenten miteinander verkabelt. Der Datenfluss folgt also diesen Kabeln. Dabei benötigt man ein gewisses Gefühl für den Programmfluss. Für ein leichteres Verständnis werden die Daten von links nach rechts weitergegeben, während in einem Algorithmus meist mehrere Datenflüsse und Aktionen parallel ausgeführt werden. Jede Komponente braucht für eine Aktion unterschiedlich viel Zeit für eine Berechnung, somit laufen die Datenflüsse unterschiedlich schnell ab. Um eine korrekte Abfolge zu gewährleisten, können zum einen zeitliche Verzögerer wie der `Data Dam` zwischengeschaltet oder einzelne Prozesse aus mehreren Komponenten geclustert werden. Dadurch wird im Skript nicht nur Ordnung geschaffen, sondern auch der Ablauf getaktet, da ein Cluster die Daten erst dann ausgibt, sobald alle Prozesse innerhalb dieses Clusters abgeschlossen sind. So wird verhindert, dass neue Aktionen ausgelöst werden, während vergangene Prozesse noch nicht abgeschlossen sind.

Einer der wichtigsten Werkzeuge in Grasshopper ist die Erstellung, Bearbeitung und Weitergabe von Listen und Datenbäumen. Je umfangreicher dabei ein Algorithmus ist, desto mehr Daten müssen verarbeitet werden. Um diese zu ordnen und zu speichern, werden Datenbäume erstellt.

Der Kern eines jeden Datenbaums ist ein Element (engl. „item“), also ein einzelnes Fragment aus Daten. Eine Sammlung von mehreren Elementen ist eine Liste, wobei jedem Element ein Index zugewiesen wird, der – wie in Abbildung 3-1 zu sehen – mit der Zahl 0 beginnt.

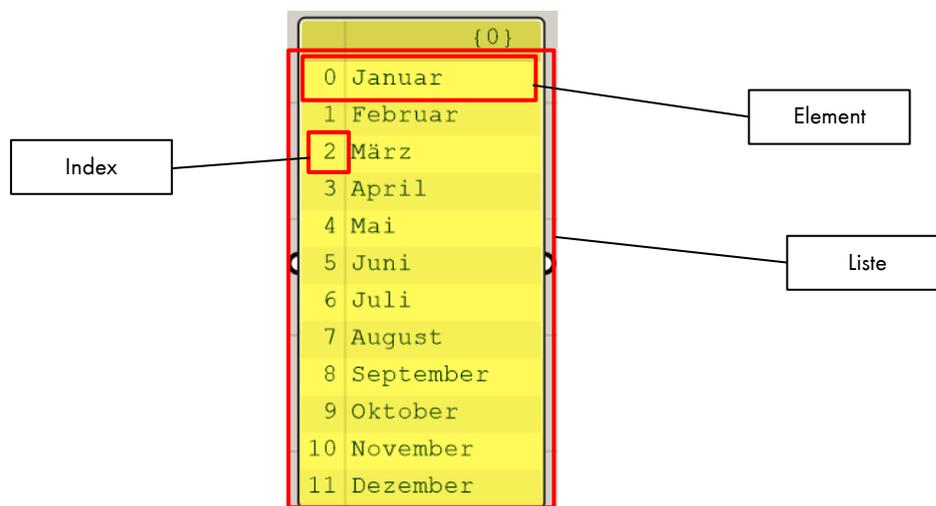


Abbildung 3-1: Aufbau einer Liste

Diese Listen können dabei unterschiedlichen Ästen zugewiesen werden – daraus entsteht ein Datenbaum. Jeder Ast kann Unteräste besitzen, diese wiederum können ebenso Unteräste haben, usw. Diese Verästelung erfolgt schließlich über die Datenpfade. Abbildung 3-2 zeigt einen solchen Datenbaum mit vier Ästen (engl. Branch level), die einen Pfad ergeben in Form von {A; B; C; D}. Der gezeigte Baum stammt aus dem erstellten Tool. Nach Tabelle 3-1 aufgeschlüsselt, enthalten diese Pfade die Daten der Blechstärke ($B = 2$) von vier Rechteckhohlprofilen ($A = 0$), die in der Breite ($C = 1$) optimiert werden sollen.

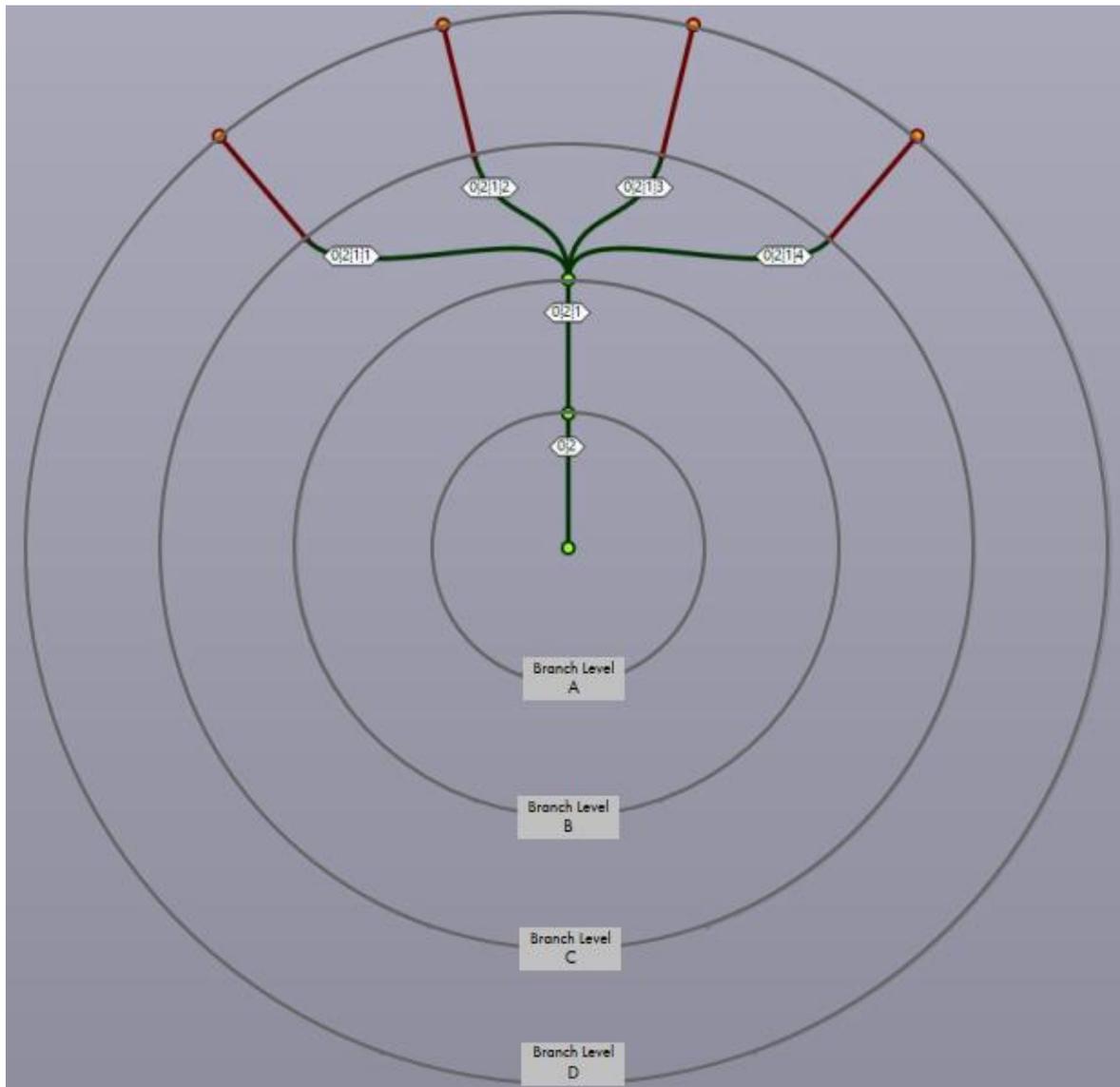


Abbildung 3-2: Darstellung eines Datenbaums aus dem Tool

Für Grasshopper speziell gibt es im Download hunderte von Plug-Ins, die wiederum viele weitere Funktionen für Grasshopper bereitstellen. Die für dieses Tool verwendeten Plug-Ins sind:

- *Anemone* [21] : Mit diesem Plug-In ist es möglich Schleifen zu generieren, die die Daten am Ende eines Prozesses wieder an den Anfang geben, bis dieser Schleife mitgeteilt wird, zu enden. Es ist somit ideal zum Durchführen einer Iterationsschleife.
- *GH_SOFiSTiK* [22] : Dieses Plug-In erlaubt es, eine Teddy-Datei (.dat) (s. Kapitel 3.1.3) zu erstellen.
- *SOFi_CDB_Access* [23] : Die Komponenten aus diesem Plug-In ermöglichen zum einen eine Schnittstelle zum Starten einer Berechnung in SOFiSTiK und zum anderen einen direkten Zugriff auf die SOFiSTiK Database, wo sämtliche geometrische Daten gespeichert sind, sowie alle Ergebnisse aus der bisherigen Berechnung.

3.1.3 SOFiSTiK

SOFiSTiK [24] ist im Wesentlichen eine FE-Software zur statischen Berechnung von Tragsystemen. Die Eingabe kann entweder grafisch oder über ein Skript in Teddy in der Programmiersprache CADINP im Dateiformat „.dat“ erfolgen. Die textliche Eingabe eignet sich daher sehr gut für die Implementierung in Grasshopper. Für die Berechnung wird die Eingabe in mehrere Module gegliedert. Die üblichen und auch hier im Tool verwendeten Module sind:

- *AQUA* dient der Definition von Materialien und Querschnitte
- *SOFiMSHC* legt die Geometrie, das statische System und Finite Elemente Strukturen fest
- *SOFiLOAD* generiert Lastfälle aus verschiedenen Belastungen
- *ASE* startet eine statische und dynamische Berechnung des eingegebenen Systems
- *AQB* führt einen Spannungsnachweis und eine Bemessung der Querschnitte durch

Alle Daten aus der Berechnung werden anschließend in einer CDB-Datei gespeichert – auch CDBase-Datenbank genannt, wo sie mittels Datenschlüssel gegliedert sind.

Ein weiterer wichtiger Dateityp im Rahmen dieser Arbeit sind JSON-Dateien, die hauptsächlich dem Datenaustausch dienen. In einem Ordner für das SOFiSTiK Rhinoceros Interface werden im JSON-Format (in der Programmiersprache JavaScript) sämtliche Stahl-Querschnitte definiert – darunter das Rechteckhohlprofil oder das I-Profil. Um die Bereitstellung des Rechteckvollprofils, des Rundrohrs und des Rundstahls für die Optimierung zu gewährleisten, wurden diese drei JSON-Dateien im Rahmen dieser Arbeit erstellt.

3.2 Datenverschlüsselung

Die Daten, welche über den gesamten Ablauf jederzeit eindeutig identifiziert werden sollten, sind die Querschnittsparameter. Daher werden diese Daten direkt nach dem Import der Daten aus Rhino einer speziellen Datenstruktur zugewiesen, die genau zuweist, welches Profil der Querschnitt hat, welcher Parameter optimiert werden soll, sowie alle notwendigen Querschnittsabmessungen. Insgesamt werden vier Branches benötigt, woraus sich folgende Pfadstruktur ergibt: {A; B; C; D} – wie der Datenbaum in Abbildung 3-2 zeigt. A gibt an, um welches Profil es sich handelt. B weist die entsprechenden Abmessungen zu und C enthält die Information, welcher Parameter optimiert werden soll. D ist eine fortlaufende Nummer – beginnend bei der Nummer 1. Die entsprechende Zuweisung ist entsprechend Tabelle 3-1 verschlüsselt.

Tabelle 3-1: Datenverschlüsselung

Profil	Abmessung	Opt.-Param.	A	B	C	D	
			Profil	Abmessung	Opt.-Param.	Q-NR	
RHS	H	H	0	0	0	X	
		B	0	0	1	X	
		T	0	0	2	X	
		X	0	0	3	X	
	B	H	0	1	0	X	
		B	0	1	1	X	
		T	0	1	2	X	
		X	0	1	3	X	
	T	H	0	2	0	X	
		B	0	2	1	X	
		T	0	2	2	X	
		X	0	2	3	X	
CHS	D	D	1	0	0	X	
		T	1	0	1	X	
		X	1	0	2	X	
	T	D	1	1	0	X	
		T	1	1	1	X	
		X	1	1	2	X	
I	H	H	2	0	0	X	
		B	2	0	1	X	
		TW	2	0	2	X	
		TF	2	0	3	X	
		X	2	0	4	X	
	B	H	2	1	0	X	
		B	2	1	1	X	
		TW	2	1	2	X	
		TF	2	1	3	X	
		X	2	1	4	X	
	TW	H	2	2	0	X	
		B	2	2	1	X	
		TW	2	2	2	X	
		TF	2	2	3	X	
		X	2	2	4	X	
	TF	H	2	3	0	X	
		B	2	3	1	X	
		TW	2	3	2	X	
		TF	2	3	3	X	
		X	2	3	4	X	
	FLACH	H	H	3	0	0	X
			B	3	0	1	X
			X	3	0	2	X
		B	H	3	1	0	X
B			3	1	1	X	
X			3	1	2	X	
RUND	D	D	4	0	0	X	
		X	4	0	1	X	

3.3 Neustrukturierung

3.3.1 Zielsetzung

Das Ziel einer Neustrukturierung des bereits vorhandenen Tools von Kurzenhäuser ist ein klarer und vor allem nachvollziehbarer Ablauf in der Grasshopper Umgebung. Die einzelnen Komponenten sollen dabei ebenfalls auf Fehler überprüft, vereinfacht oder gar komplett neu erstellt werden. Der generelle Ablauf aus Abbildung 2-4 soll zudem mit einer statischen Überprüfung des Grundsystems erweitert werden.

3.3.2 Skriptaufbau

Das neu aufgebaute Grasshopper Skript ist in Abbildung 3-3 dargestellt und in Abbildung 3-4 als Ablauf zusammengefasst, wobei jeder einzelne Schritt eine Abfolge von vielen einzelnen Komponenten und Prozessen ist. Für eine exakte Darstellung des Skriptes wird direkt auf das erstellte Grasshopper Skript in Anhang C.1.1 verwiesen.

Die Systemeingabe (①) erfolgt in Rhino über Linien und eine Layereingabe in den vier benötigten Layern:

Unter dem Hauptlayer *01_Geometrie* wird die Stabwerkstruktur zeichnerisch erfasst. In entsprechenden Unterlayern werden die für die Stäbe relevanten Daten festgelegt, sprich: Querschnittsabmessungen, Gelenkbedingungen, Stabteilung, Stabtyp sowie die für die Optimierung relevanten Daten wie der Optimierungsparameter und die minimale und maximale Grenzabmessung. Je nach Querschnitt müssen die jeweiligen Daten – in Tabelle 3-2 dargestellt – eingegeben werden. Allgemein folgt die Eingabe folgendem Schema: Profil_Optimierungsparameter_Abmessungen_Grenz-Minimum_Grenz-Maximum_Gelenk-Anfang_Gelenk-Ende_Elementlänge_Stabtyp

Tabelle 3-2: Layer *01_Geometrie* – Eingabeschema

Profil	Opt-param.	Abmessungen [mm]			Grenze		Gelenk		Elementlänge [m]	Stabtyp
		Min [mm]	Max [mm]	Anfang	Ende					
RHS	H B T X	H	B	T	<min> oder X	<max> oder X	N V _z V _y M _T M _z M _y	N V _z V _y M _T M _z M _y	<Länge>	Beam/X Cable
CHS	D T X	D		T						
I	H B T _w T _f X	H	B	T _w T _f						
Flach	H B X	H		B						

Rund	D X	D	<min> oder X	<max> oder X	N V _z V _y M _T M _z M _y	N V _z V _y M _T M _z M _y	<Länge>	Beam/X Cable
------	--------	---	--------------------	--------------------	---	---	---------	---------------------

Neu implementiert wurde der Querschnitt des Rundstahls, also ein Rundvollprofil. Dieser musste in jeder Komponente zusätzlich eingepflegt werden.

Im zweiten Layer *02_Auflager* können die Auflagerbedingungen für die entsprechenden Knoten definiert werden. Ein „P“ steht für eine translatorische Festhalterung, ein „M“ für eine rotatorische Festhalterung. Die Richtung der Festhalterung wird mit den Achsenbezeichnungen X, Y und Z festgelegt. Dabei kann ein festes Lager mit „PP“ definiert werden, ein eingespanntes Lager mit „MM“.

Der Layer *03_Lasten* dient der Definition der realen, maßgebenden Lastkombination. Die Bezeichnung erfolgt nach dem Schema:

Belastungsart_Lastrichtung_Last

Tabelle 3-3: 03_Lasten - Eingabeschema

Belastungsart	Lastrichtung	Last	
PUNKT / LINIE	PX	<Last- betrag>	Last
	PY		
	PZ		
	MX		Moment
	MY		
	MZ		

Im vierten und letzten Layer *04_Einheitslast (auf Auswertungspunkt)* wird – wie der Layer-Name schon sagt – die Einheitslast, bzw. die virtuelle Last, am Auswertungspunkt definiert. Der Auswertungspunkt ist dabei derjenige Knoten, an dem die Verformung minimiert werden soll. Die Eingabe erfolgt analog zu Layer *03_Lasten*. Die Belastungsart soll eine Punktlast sein mit einem Lastbetrag von 1.

Das Material sowie Stabausrichtung und die Eingabeparameter für die Berechnung werden in Grasshopper über Panels und Schaltflächen eingegeben.

Bevor die Optimierung starten kann, müssen alle Daten aus Rhino in Grasshopper importiert werden, was über den Button „Systemimport“ (②) passiert. Ein geschriebener Code über Python übernimmt sämtliche Geometrie sowie alle Eigenschaften und Bezeichnungen aus den Layern. Aus diesen Daten werden alle Informationen von der Geometrie über Optimierungsdaten bis hin zu den Lasten herausgefiltert. Die Querschnittswerte können in dem Fenster „Überprüfung der Querschnitte“ nochmals überprüft werden, bevor die Optimierung startet.

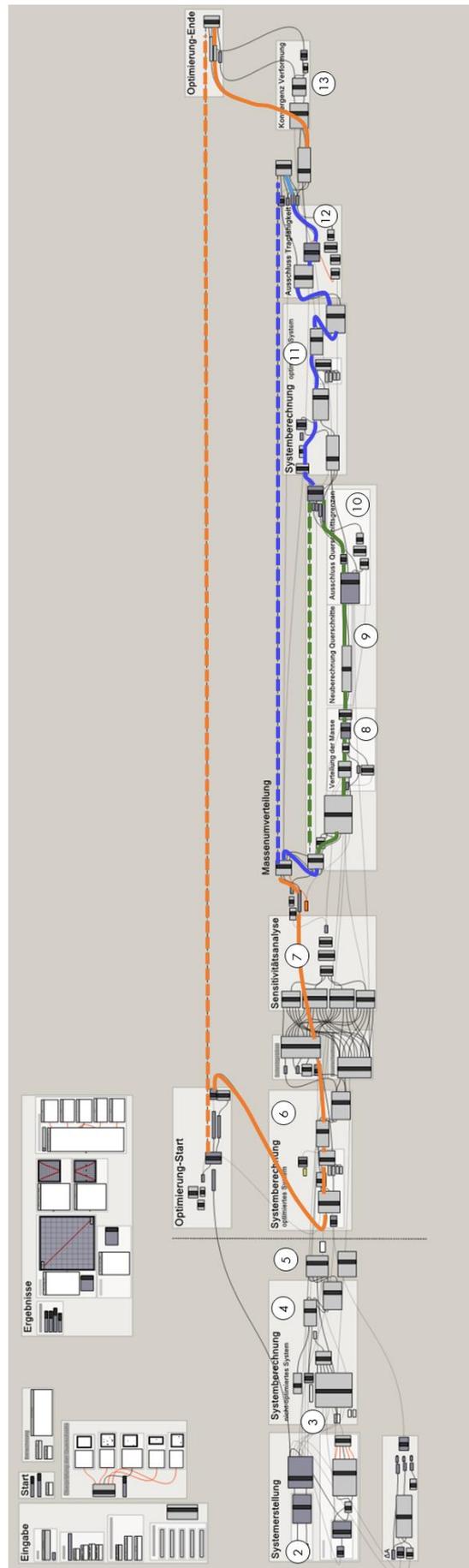


Abbildung 3-3: Aufbau des Tools in Grasshopper

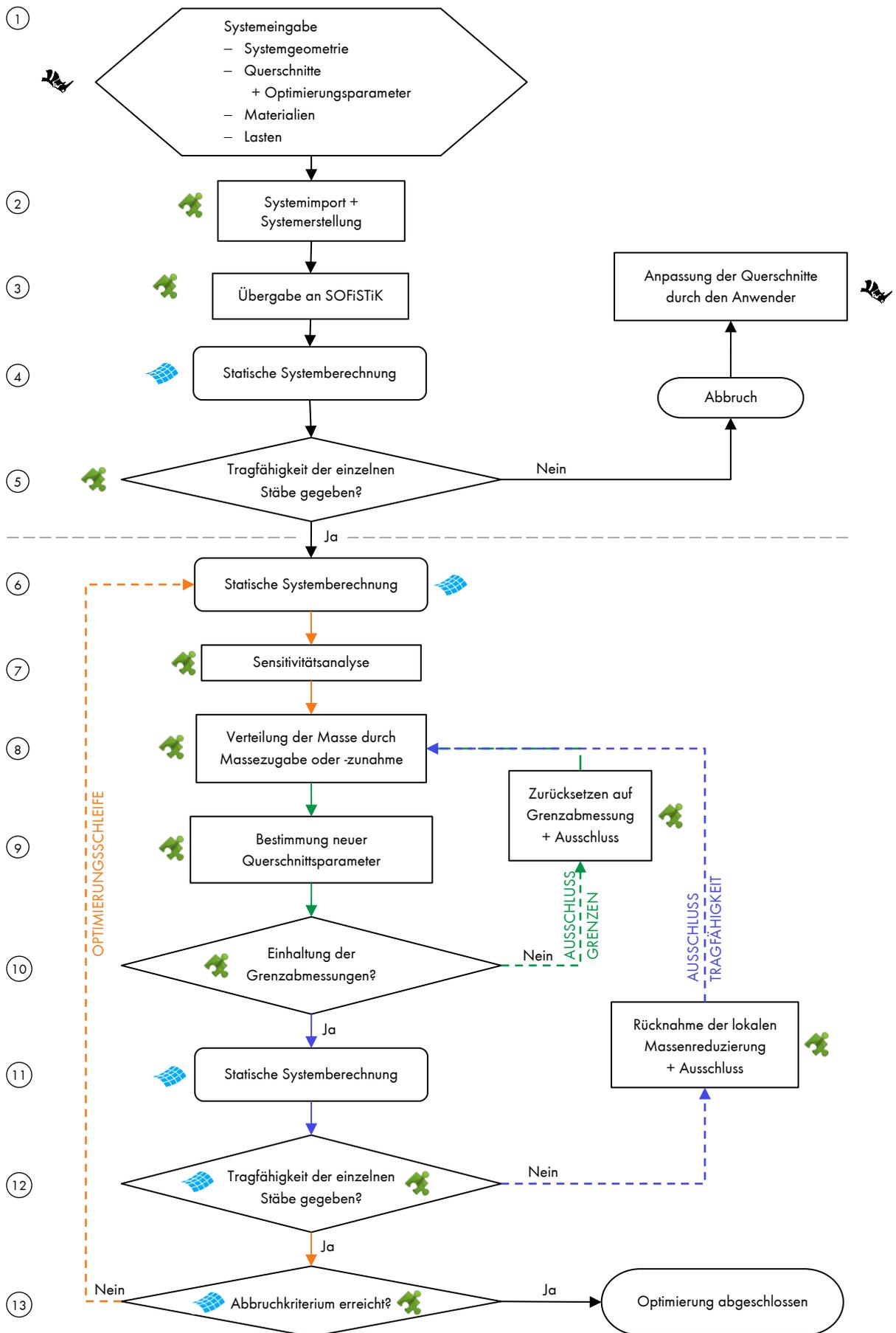


Abbildung 3-4: Skriptaufbau

Mit diesen Daten kann bereits die umzuverteilende Masse Δm und die auf jeden Stab aufzubringende Zusatzmasse Δm_i bestimmt werden. Nach der Gleichung (2.11), die in C# formuliert wird, wird die Änderung der Querschnittsfläche berechnet. Diese Zusatzmasse bleibt in jeder Iteration konstant, daher genügt es, diese einmal innerhalb des Systemimports zu berechnen.

Es ist wichtig, einen Systemimport zu starten, sobald in Rhino Daten geändert werden oder ein neuer Speicherort ausgewählt wird, da im Zuge des Systemimports ein weiterer Ordner mit der Bezeichnung „Ablage“ erstellt wird, in dem die Dateien für die Berechnung – grundlegend eine .cdb-Datei und eine .dat-Datei des Ausgangssystems (Schritt 4) und der ersten Systemberechnung innerhalb der Schleife (Schritt 6) abgelegt werden.

Die Optimierung selbst wird durch den Schalter (auch: Toggle) „Start Optimierung“ gestartet. Das importierte System aus Rhino muss dabei zunächst in einer geeigneten Weise an SOFiSTiK übermittelt werden (3). Hierfür werden alle Daten in die CADINP – Sprache innerhalb der entsprechenden Module AQUA, SOFiMSHC und SOFiLOAD (siehe Kapitel 3.1.3) übersetzt. Die Komponenten von dem SOFiSTiK Rhinoceros Interface übernehmen die Übertragung für die Querschnitte, die Geometrie und die Lasten. Die Befehle für das Material sowie für dessen Berechnung (ASE) und Bemessung (AQB) wurden manuell über Panels eingespeist. Der Wahrheitswert und eine Komponente des Plug-Ins *SOFi_CDB_Access* [23] startet in SOFiSTiK die Berechnung des Ausgangssystems (4) unter der realen Belastung, um die Tragfähigkeit des Systems (5) zu überprüfen – auch wenn ein vordimensioniertes, funktionierendes System vorausgesetzt ist. Eine If / Else- Schleife in C# überprüft hierbei die Ausnutzung jeden Stabes, die über eine Komponente von Brunetti [23] aus der SOFiSTiK Database, der CDB – Datei, des Ausgangssystems herausliest. Sollte das System eine Spannungsausnutzung von 1,0 überschreiten, wird die gesamte Optimierung abgebrochen und der Anwender wird über eine Fehlermeldung (siehe Abbildung 3-5) darauf hingewiesen, die Querschnitte zu überprüfen.

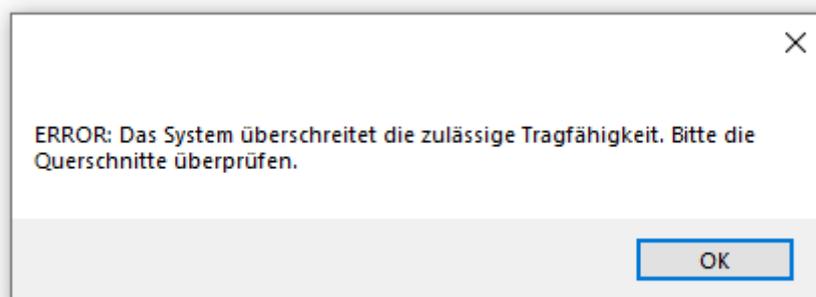


Abbildung 3-5: Fehlermeldung bei überschrittener Tragfähigkeit

Ist die Tragfähigkeit aller Stäbe gegeben, wird ein Wahrheitswert weitergegeben, der die eigentliche Optimierungsschleife (orange dargestellt in Abbildung 3-3 und Abbildung 3-4) auslöst. Eingabewerte der umhüllenden Schleife D_0 , D_1 und D_2 , die nach jeder Iteration aktualisiert werden, sind zum einen die Querschnittsabmessungen (= D_0), die ausgeschlossenen Stäbe (= D_1) und die Verformung (= D_2). Letzteres dient lediglich der Dokumentation.

Die Optimierungsschleife startet mit einer Systemberechnung (6), die alle notwendigen Schnittgrößen und Querschnittswerte für die Sensitivitätsanalyse bereitstellt. Zum einen werden dabei die Schnittgrößen aus dem realen Lastfall LC1 mit den neuen Querschnittswerten aus der letzten Iteration berechnet, sowie die

virtuellen Schnittgrößen dieses Systems unter dem Einheitslastfall LC99.

Um alle Querschnittswerte – sowohl die aktuellen Querschnittswerte als auch die mit der Zusatzmasse Δm_i beaufschlagten Stäbe – mit hoher Genauigkeit bestimmen zu können, werden die – hier bezeichneten – Delta-Querschnitte unter der Querschnittsnummer 5001 ff. mit in die Berechnung übergeben.

Die Teddy Komponenten SOFiMSHC, SOFiLOAD, ASE und AQB können von der ersten Systemberechnung übernommen werden, allerdings muss AQUA mit den neuen Querschnitten aktualisiert werden. Die Berechnungsdateien werden unter dem Namen „<Projektname>_1“ in dem extra angelegten Ablage-Ordner abgelegt.

Aus der Database werden alle oben aufgeführten Daten entnommen:

- Schnittgrößen $N, M_{y,1}, M_{y,2}, M_{z,1}, M_{z,2}, M_T$
- Virtuelle Schnittgrößen $\bar{N}, \bar{M}_{y,1}, \bar{M}_{y,2}, \bar{M}_{z,1}, \bar{M}_{z,2}, \bar{M}_T$
- Querschnittswerte A, I_y, I_z, I_T
- Querschnittsänderung infolge Δm_i $\Delta A, \Delta I_y, \Delta I_z, \Delta I_T$

Mithilfe dieser Daten und den Formeln aus Gleichung (2.13) - (2.16), die über C#-Komponenten eingegeben werden, werden die jeweiligen Sensitivitäten (7) der zu optimierenden Stäbe berechnet.

Sind diese Daten vollständig, werden die Querschnittsabmessungen (= D0) und die ausgeschlossenen Stäbe (= D2), die in einer der letzten Iterationen infolge der Grenzabmessungen oder einer überschrittenen Tragfähigkeit ausgeschlossen wurden, in die nächsten beiden Schleifen eingespeist. Die davon umhüllende Schleife ist zum Ausschluss der Stäbe infolge überschrittener Tragfähigkeit, welche in Abbildung 3-3 und Abbildung 3-4 blau dargestellt ist. Die „Schleife in der Schleife in der Schleife“ dient dem Ausschluss der Stäbe bei Erreichen eines der beiden Grenzabmessungen (grün dargestellt). Eine zusätzliche Datenreihe der Start- und Endkomponenten beider Loops ist die Masse aller ausgeschlossenen Stäbe $\Delta m_{A,i}$, die infolge der Rücknahme oder des Zurücksetzens der Querschnittsänderung wieder auf den Stab aufgegeben oder weggenommen wurde. Diese Daten werden innerhalb der Schleifen erfasst und in die Schleife gegeben, verlassen jedoch nicht diese Umgebung.

Der erste Prozess innerhalb der Schleifen ist die Neuberechnung und Filterung der relevanten Werte in dem Cluster „Ausgeschlossene Stäbe“ für den Fall, dass bereits Stäbe ausgeschlossen wurden. Sei es aus einer vorigen Iteration oder innerhalb der Schleifen – wenn sie schon mindestens einmal durchgelaufen ist.

Zum einen werden innerhalb des Clusters die Pfade der ausgeschlossenen Stäbe von den weiterzugehenden und innerhalb einer Iteration konstanten Daten herausgefiltert und entfernt. Davon betroffen sind die Querschnittsabmessungen sowie die Verformungssensitivitäten und Stablängen. Dadurch wird sichergestellt, dass diese Stäbe tatsächlich aus der weiteren Optimierung ausgeschlossen werden. Zum anderen wird die Summe der Masse der ausgeschlossenen Stäbe $\sum \Delta m_{A,i}$, die beim Zurücksetzen der Abmessung entstanden ist, auf die neue Stabanzahl n_{neu} umgerechnet. Dieser Wert wird im Zuge der Massenverteilung von der Massenmodifikation je Stab $\Delta \hat{M}_i$ abgezogen.

Sind die ausgeschlossenen Stäbe tatsächlich von der Optimierung ausgeschlossen, wird die Masse – abhängig von der Verformungssensitivität – nach Gleichung (2.18) neu berechnet, die auf die zu optimierenden Stäbe aufgebracht oder abgezogen werden (8). Von dieser Masse wiederum wird die Masse der

ausgeschlossenen Stäbe je Stab $\sum \Delta m_{A,i} / n_{neu}$ abgezogen.

Die Massenmodifikation kann nun entsprechend Gleichung (2.11) als Querschnittsänderung ΔA umgerechnet werden, welche wiederum Grundlage für die Berechnung der neuen Querschnittsparameter ⑨ nach Anhang A ist.

Die neu berechneten Querschnittsparameter werden im nächsten Schritt innerhalb des Clusters „Ausschluss Querschnittsgrenzen“ hinsichtlich der architektonischen Machbarkeit geprüft bzw. eher daraufhin, dass die vorher definierten minimalen und maximalen Grenzkriterien eingehalten sind. Der Ablauf innerhalb des Clusters ist in Abbildung 3-6 dargestellt. Sind die Parameter außerhalb der Grenzen, wird die Abmessung ΔP neu berechnet, die auf den Querschnitt aufgerechnet wird (im Falle des minimalen Kriteriums) oder abgezogen wird (bei Erreichen des maximalen Kriteriums). Die Parameteränderung ΔP wird zunächst mit umgestellten Formeln aus Anhang A in die Querschnittsflächenänderung ΔA umgerechnet und anschließend als Masse $\Delta m_{A,i}$ für jeden Stab ausgegeben. Die Parameter der ausgeschlossenen Stäbe werden auf das Grenzkriterium zurückgesetzt und mit den nicht-ausgeschlossenen Stäben als neue Querschnittsparameter weitergegeben.

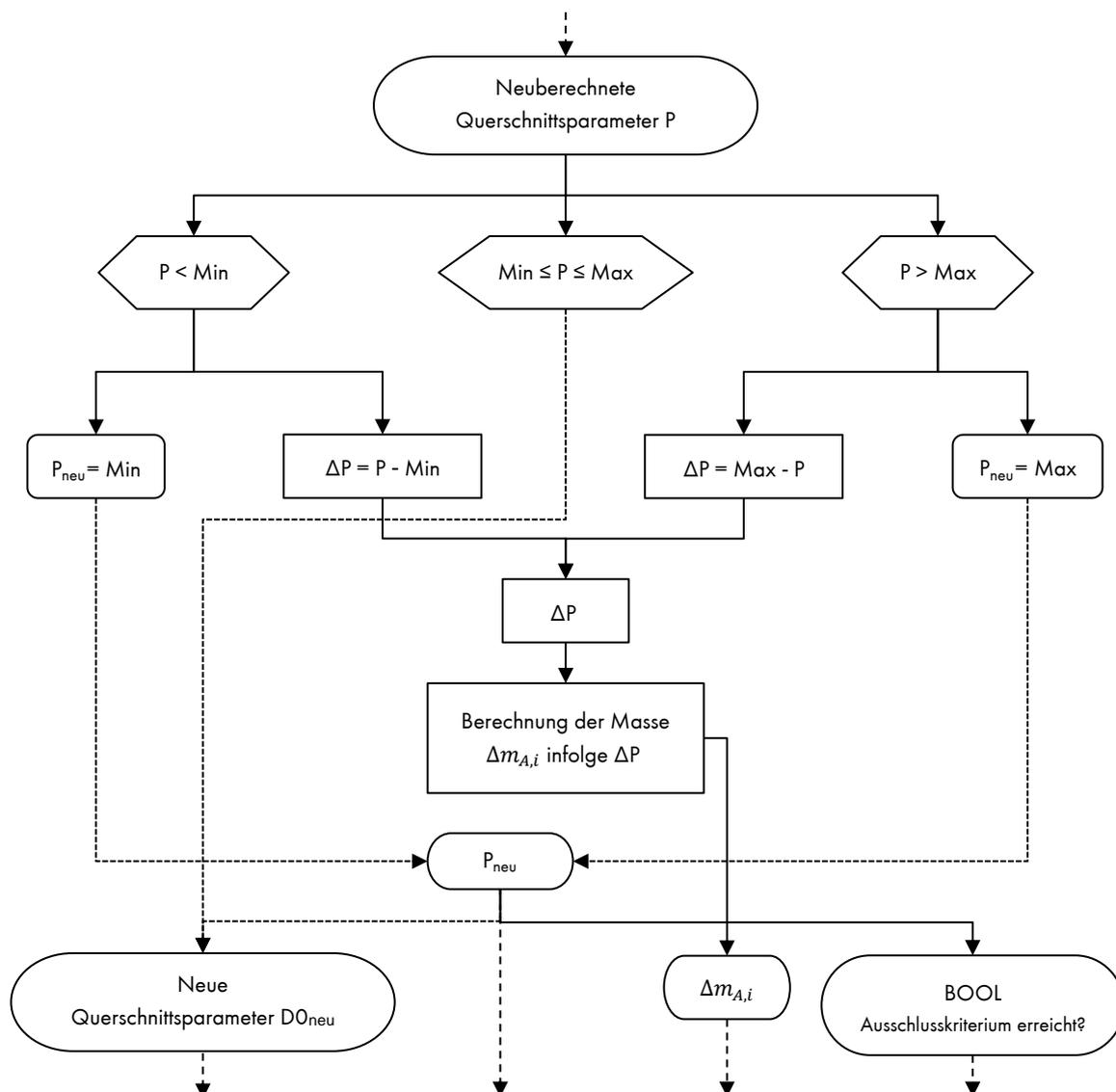


Abbildung 3-6: Ablauf im Cluster „Ausschluss Querschnittsgrenzen“

Werden im Zuge der Überprüfung Stäbe ausgeschlossen, wird am Ende des Clusters ein Wahrheitswert ausgegeben, der der End-Komponente der inneren (grünen) Schleife die Information gibt, ob die Schleife beendet werden kann oder nochmals durchlaufen werden muss. Bei ausgeschlossenen Stäben wird der Wert `False` ausgegeben, wodurch die Schleife erneut startet – diesmal mit der Information der ausgeschlossenen Stäbe. Wurden keine Stäbe ausgeschlossen, wird der Wert `True` ausgegeben. Somit wird die Schleife beendet und die Daten werden an den nächsten Schritt weitergegeben – der letzten Systemberechnung ⁽¹¹⁾ innerhalb einer Iteration. Im Prinzip erfolgt in diesem Schritt dasselbe wie in Schritt 6 – der ersten Systemberechnung innerhalb der Schleife. Die Module werden alle übernommen, lediglich die Querschnittswerte werden im Modul AQUA aktualisiert. Die Dateien werden außerhalb des Ablageordners abgelegt, da diese die finalen Ergebnisse enthalten.

Nachdem die Systemberechnung mit den neu berechneten Querschnittsparametern abgeschlossen ist, wird die Tragfähigkeit (¹²) aller Stäbe überprüft. Für den Ablauf dieses Kriteriums wird auf Kapitel 3.4.1 verwiesen.

Analog zu der Schleife zum Ausschluss aufgrund der Querschnittsgrenzen wird bei der Überprüfung der Spannungsausnutzung ebenfalls ein Wahrheitswert ausgegeben, der die Schleife zum Ausschluss infolge überschrittener Tragfähigkeit zum Abbruch zwingt oder diese Schleife nochmals durchlaufen lässt. Wird die zulässige Spannungsausnutzung von mindestens einem Stab überschritten, wird der Wert `False` ausgegeben, der dazu führt, dass die gesamte Schleife – mit nochmaliger Überprüfung der Querschnittsgrenzen – ein weiteres Mal kalkuliert wird, bis für jeden Stab nunmehr die Tragfähigkeit eingehalten ist und der Wert `True` weitergegeben wird.

Dieser Wert veranlasst die Überprüfung des Abbruchkriteriums (¹³) – also ob die Verformung am kritischen Punkt bereits gegen einen Wert konvergiert. Genauer dazu ist in Kapitel 3.4.2 beschrieben.

Nähert sich die Verformung noch keinem Grenzwert und hat die Verformung noch Potenzial, sich weiter zu reduzieren, wird der Wahrheitswert `False` weitergegeben, welches den Loop-Komponenten der Optimierungsschleife den Befehl zum Starten einer neuen Iteration gibt. In diesem Fall wird die gesamte Schleife ab Schritt 6 erneut gestartet. Das Ende der gesamten Optimierung ist erreicht, sobald die Änderung der Verformung zu der Verformung aus der letzten Iteration kleiner als 1,0 % beträgt und folglich der Wert `True` an die End-Komponente der Schleife weitergegeben wird.

Am Ende der Optimierung veranlasst ein Cluster die Berechnung der Tragwerksmasse in jeder Iteration, um zu überprüfen, ob während der Optimierung Masse verloren gegangen oder sogar dazu gekommen ist.

In der Ergebnisanzeige im Skript lässt sich der Verlauf der Verformung nochmals zurückverfolgen, genauso wie alle Querschnittsabmessungen je Iteration, die entsprechend Tabelle 3-1 verschlüsselt sind. Die statischen Ergebnisse des optimierten Systems sind im SOFiSTiK-Modul WINGRAF gespeichert.

3.4 Skriptenerweiterung

Neben der Neustrukturierung und Ausmerzung der Fehler in einigen bereits vorhandenen Komponenten wurde im Rahmen dieser Arbeit das Skript noch erweitert. Die wesentlichen Erweiterungen bestehen zum einen aus den Überprüfungen der Tragfähigkeit und zum anderen die Überprüfung einer Konvergenz der Verformung.

3.4.1 Ausschlusskriterium Tragfähigkeit

In Schritt ⑫ (in Abbildung 3-4) des Skriptaufbaus erfolgt die Überprüfung, ob die Tragfähigkeit aller Stäbe gegeben ist. Ist dies nicht der Fall, soll die Querschnittsmodifikation des betroffenen Elementes zurückgenommen werden und die Massenänderung je Stab $\Delta \hat{M}_i$ angepasst werden.

Um die Ausnutzung aller Elemente zu erfassen, werden erneut die Komponenten aus dem Plug-In von Brunetti [23] herangezogen, das die entsprechenden Daten aus der Database, also der .cdb-Datei filtert. Dabei wird zwischen den Beams (dt. Stäben) und Cables (dt. Seilen) unterschieden. Die Ausnutzung der Stäbe kann direkt aus der Database entnommen werden. Dabei wird die Ausnutzung an Anfang und Ende des Elementes erfasst.

Für die Seile wird die Ausnutzung in der Database nicht gespeichert. SOFiSTiK scheint die Ausnutzung separat zu berechnen und unter anderem in dem Modul WINGRAF auszugeben. Daher werden für die Seile die Normalspannungen ausgelesen, aus denen mit der Streckgrenze f_y unter dem Bruchstrich die Ausnutzung schnell berechnet werden kann. Die aus SOFiSTiK stammenden Daten werden anschließend in die Datenpfade des Tools überführt für eine eindeutige Identifikation.

Über eine If / Else- Bedingung in einer C#-Komponente findet die Überprüfung der Spannungsausnutzung statt. Alle Elemente mit einer überschrittenen Ausnutzung werden separat ausgegeben. Zudem wird ein Wahrheitswert definiert, der wie in Kapitel 3.3.2 beschrieben die Schleife zum Ausschluss der Stäbe mit überschrittener Tragfähigkeit abbrechen lässt.

In einem weiteren Cluster wird der Ausschluss der betroffenen Stäbe genauer definiert und vorbereitet. Der Ablauf erfolgt entsprechend Abbildung 3-7. Zunächst wird die Querschnittsreduzierung, die zu der erhöhten Ausnutzung geführt hatte, zurückgenommen, indem der Parameter auf den Wert der Eingangsdaten (P_{i-1}) in die Schleife zurückgesetzt wird. Die Änderung des Querschnittsparameters ΔP , die für die Rücknahme nötig ist, wird in eine Querschnittsänderung ΔA umgerechnet, die den Formeln in Anhang A entsprechen – lediglich nach ΔA aufgelöst. Die Datenpfade der Datenreihe von ΔP geben Aufschluss über den jeweiligen Parameter. Alle anderen Querschnittsabmessungen, die für die Berechnung von ΔA notwendig sind, werden durch Austausch der Datenpfade herausgefiltert.

Nach der umgestellten Gleichung (2.11) lässt sich anschließend die Masse $\Delta m_{A,i}$, die auf die Stäbe wieder aufbracht werden muss, neu berechnen.

Die Pfade der hier ausgeschlossenen Pfade sowie die Masse $\Delta m_{A,i}$ werden bei einer Neukalkulation wieder an den Start der Schleife gegeben. Wie bereits erläutert, werden anschließend diese Stäbe aktiv ausgeschlossen und die Masse auf alle anderen Stäbe verteilt.

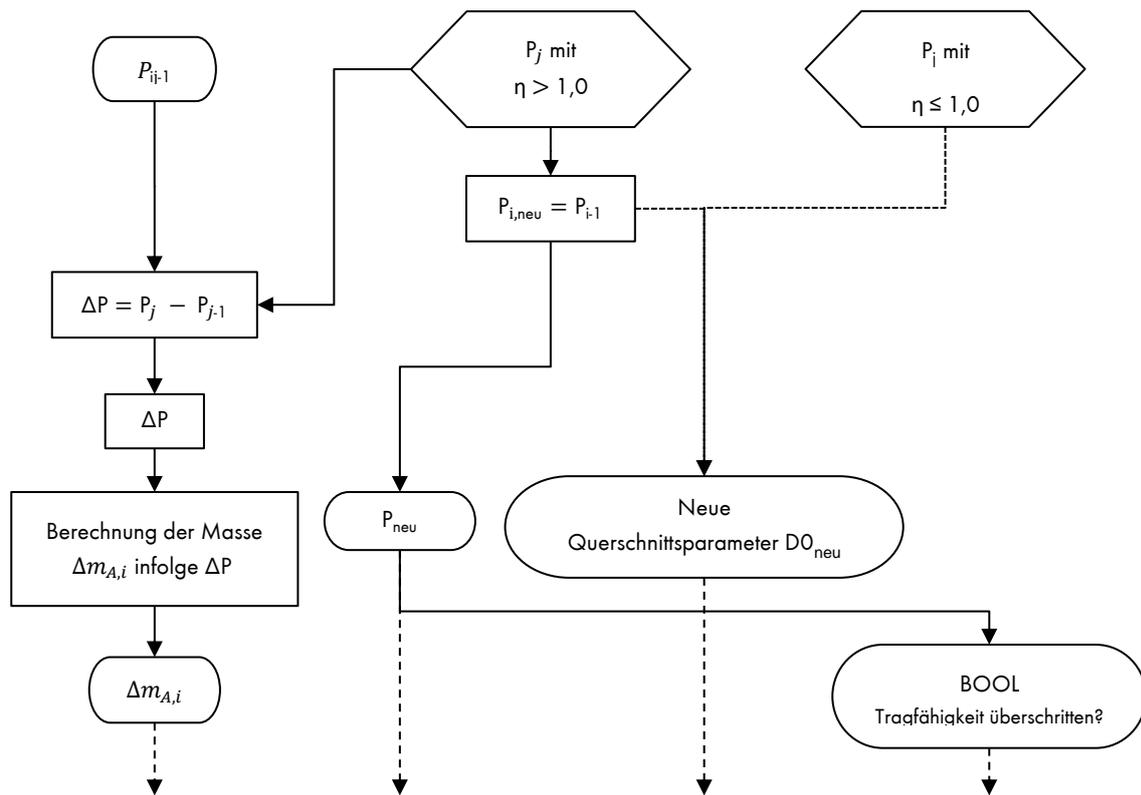


Abbildung 3-7: Ablauf im Cluster „Ausschluss Tragfähigkeit“

3.4.2 Abbruchkriterium Verformung

Den Sprung zu einem automatisierten Ablauf schafft das implementierte Abbruchkriterium. Ziel dabei ist der Abbruch der Optimierung bei einer sich andeutenden Konvergenz der Verformung.

Für diesen Schritt muss zunächst die Verformung am kritischen Punkt für jede Iteration extrahiert und gespeichert werden.

Eine Möglichkeit hierzu wäre, die Verformung anhand des Prinzips der virtuellen Kräfte (siehe Kapitel 2.3) zu berechnen. Der weniger fehleranfällige und exakte Weg ist jedoch die Verformung aus der SOFiSTiK Database zu entnehmen mithilfe des Komponenten „Get Displacement“ aus dem Plug-In von Brunetti [23]. Da zunächst alle Knotenverschiebungen des Systems aufgelistet werden, muss der kritische Punkt aus allen Knotenpunkten herausgefiltert werden. Durch Abgleich dieser Koordinaten mit den Koordinaten der aufgebrauchten Einheits-Knotenlast wird an dem übereinstimmenden Element in der Liste der Wert `True` ausgegeben. Durch Zuordnung der Indizes wird dadurch die Verformung am kritischen Punkt ausgegeben.

Die folgende Abbildung zeigt anhand eines Beispiels die Zuordnung der Verformung. Der kritische Punkt befindet sich hier an den Koordinaten $\{5, 0, 0\}$, welche aus der Knotenlast eingespielt wurden. Die Liste in a) zeigt alle Koordinaten der Knoten, an denen eine Verformung dokumentiert wird. Die Komponente „Match Text“ sucht die Koordinaten des kritischen Punktes in der Liste a). Bei einer Übereinstimmung gibt das Element an dem übereinstimmenden Index den Wert `True` aus – wie in b). Die daraufhin programmierte C#-Komponente gibt im Output lediglich den Wert der Verformung an dem übereinstimmenden Punkt aus (siehe c).

a)		{0;0}
0	{0, 0, 0}	
1	{0.5, 0, 0}	
2	{1, 0, 0}	
3	{1.5, 0, 0}	
4	{2, 0, 0}	
5	{2.5, 0, 0}	
6	{3, 0, 0}	
7	{3.5, 0, 0}	
8	{4, 0, 0}	
9	{4.5, 0, 0}	
10	{5, 0, 0}	
11	{5.5, 0, 0}	
12	{6, 0, 0}	
13	{6.5, 0, 0}	
14	{7, 0, 0}	
15	{7.5, 0, 0}	
16	{8, 0, 0}	
17	{8.5, 0, 0}	
18	{9, 0, 0}	
19	{9.5, 0, 0}	
20	{10, 0, 0}	

b)		{0;0;0}
0	False	
1	False	
2	False	
3	False	
4	False	
5	False	
6	False	
7	False	
8	False	
9	False	
10	True	
11	False	
12	False	
13	False	
14	False	
15	False	
16	False	
17	False	
18	False	
19	False	
20	False	

c)		{0;0;0}
0	<null>	
1	<null>	
2	<null>	
3	<null>	
4	<null>	
5	<null>	
6	<null>	
7	<null>	
8	<null>	
9	<null>	
10	-0.088552	
11	<null>	
12	<null>	
13	<null>	
14	<null>	
15	<null>	
16	<null>	
17	<null>	
18	<null>	
19	<null>	
20	<null>	

Abbildung 3-8: Herausfiltern der Verformung am kritischen Punkt

Um die Änderung der Verformung verfolgen zu können, wird die Verformung am kritischen Punkt durch ein geschriebenes Visual-Basic Skript aus jeder Iteration j aufgenommen und gespeichert. Die aufgenommene Liste wird zurückgesetzt, sobald der Wert des Toggles „Start Optimierung“ wieder auf `False` gestellt wird.

In einer C#-Komponente wird durch die Ungleichung (3.1) geprüft, ob bereits eine Annäherung erfolgt.

$$\frac{\delta_{j-1}}{\delta_j} \leq 1,01 \quad (3.1)$$

Mit δ_j : Verformung aus der aktuellen Iteration j

δ_{j-1} : Verformung aus der letzten Iteration $j-1$

Ändert sich der Wert der Verformung um weniger als 1 %, ist eine Konvergenz abzulesen. In diesem Fall generiert die C#-Komponente den Wahrheitswert `True`, der auf direktem Weg an die End-Komponente der Optimierungsschleife geleitet wird und die gesamte Schleife abbricht.

Weist die Verformung noch eine große Änderung vor, gibt die Komponente den Wert `False` aus. Damit erhalten die Loop-Komponenten nicht den Befehl, abzubrechen. Die Schleife startet von vorne mit den neuen Querschnittsabmessungen.

4 VALIDIERUNG DES TOOLS

Innerhalb dieses Kapitels soll das überarbeitete und erweiterte Tool anhand mehrerer – sich in ihrer Komplexität steigernde – Beispiele angewendet und bewertet werden, um die Leistungsfähigkeit des Tools zu beurteilen. Zunächst werden drei Benchmark Beispiele betrachtet. Da es sich hier um Anschauungsbeispiele handelt, basieren die Abmessungen und Lastannahmen lediglich auf willkürlich festgelegte Werte. Anschließend wird das Tool an einem Beispiel aus der Praxis angewendet.

Die grundlegenden Eingabedaten für das Material und die umzuverteilende Masse werden für alle Systeme gleich gewählt.

Als Material dient Stahl der Güte S355 mit den folgenden Eigenschaften:

Tabelle 4-1: Materialeigenschaften Stahl

Stahlgüte	S355
Streckgrenze f_y [N/mm ²]	355
Zugfestigkeit f_u [N/mm ²]	490
Rohdichte [kg/m ³]	7.850
E-Modul [N/mm ²]	210.000

Die Massenumverteilung soll einheitlich mit 2 % der Gesamtmasse der zu optimierenden Stäbe erfolgen, um die Berechnung besser vergleichen zu können. Dieser Faktor hat sich in den bisher durchgeführten Anwendungen als universeller und genauer Wert herausgestellt.

Die maximale Iterationszahl wird auf 50 gelegt, um den automatisierten Ablauf der MVM nicht im Weg zu stehen.

Wird die Veränderung der Verformung geringer als 1 %, wird die gesamte Optimierung abgebrochen.

4.1 Anwendung anhand von Benchmark Beispielen

4.1.1 Einfeldträger mit Kragarm

Das erste zu untersuchende Tragwerk ist ein einfacher Einfeldträger mit einer Feldlänge von 6,00 m und einem angehängten Kragarm der Kraglänge von 3,00 m, wie in Abbildung 4-1 dargestellt ist. Als Querschnitt wird ein I-Profil angesetzt, welcher bereits in vorangegangenen Untersuchungen vordimensioniert und bemessen wurde.

Auf die Praxis bezogen, könnte dieses System ein Deckenträger mit aufgelagerter Decke und Auskragung darstellen.

1. Statisches System & Lastannahmen

Auf den Träger wird konstant eine Linienlast von 10,0 kN/m angesetzt, die aus dem Eigengewicht herrühren könnte. Auf dem Kragarm wirkt zusätzlich eine Linienlast von 10,0 kN/m, die beispielsweise aus einer ungünstigen Laststellung der Nutzlast resultiert. Am Kragende wirkt außerdem eine Punktlast von 20 kN, die aus einer Fassadenlast kommen könnte.

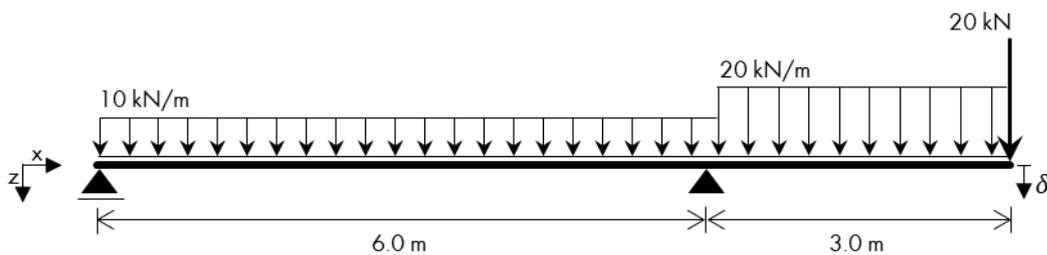


Abbildung 4-1: Einfeldträger mit Kragarm – statisches System

Durch die ungünstige Laststellung ist die Verformung am Kragende δ zu hoch, um beispielsweise eine verformungsempfindliche Fassade oder Trennwände einzubauen. Die Anwendung der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung soll die Verformung an diesem Punkt minimieren.

2. Ausgangssystem

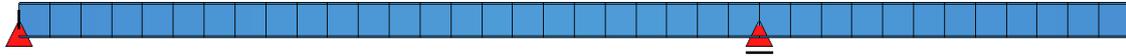


Abbildung 4-2: Einfeldträger mit Kragarm - Ausgangssystem

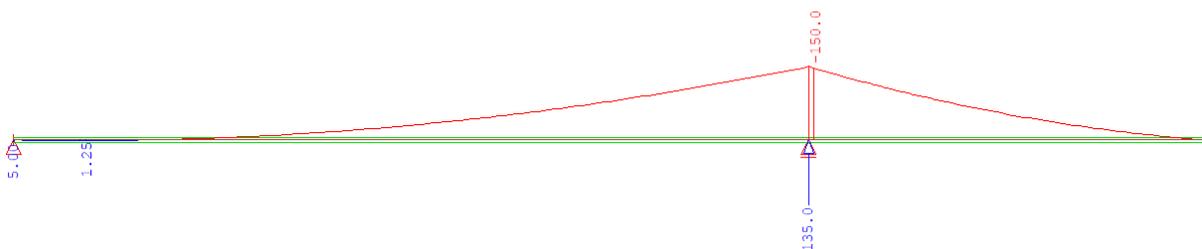
Aus der Vorbemessung ergab sich ein I-Profil mit folgenden Abmessungen:

Tabelle 4-2: Einfeldträger mit Kragarm - Querschnittsparameter

Querschnitt	I - Profil (I)
Höhe H	280 mm
Breite B	160 mm
Stegdicke T_w	10 mm
Flanschdicke T_f	12 mm

 A technical drawing of an I-beam cross-section. The total height is 280 mm and the total width is 160 mm. The center of gravity is marked with 'SSE' in a yellow circle. The y and z axes are shown passing through the centroid.

Aus der Belastung heraus ergibt sich folgender Biegemomentenverlauf:

Abbildung 4-3: Einfeldträger mit Kragarm - Ausgangssystem - Biegemoment M_y [kNm]

Da am Träger lediglich die Querkraft V_z und das Biegemoment M_y wirkt, ist zu erwarten, dass der Anteil aus dem Moment M_y wesentlich die Materialumverteilung bestimmen wird und dadurch die Querschnittshöhe mit dem Biegemomentenverlauf korreliert.

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit wurde für den Träger bereits nachgewiesen. Am rechten Auflager wird das I-Profil bis zu 72 % ausgenutzt, allerdings variiert die Verteilung der Ausnutzung sehr stark.

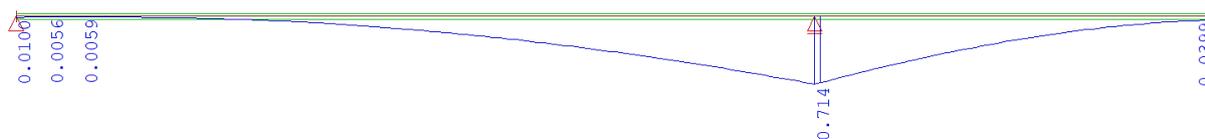


Abbildung 4-4: Einfeldträger mit Kragarm - Ausgangssystem - Ausnutzung

Das Kragende biegt sich im Ausgangssystem um knapp 60 mm in z-Richtung durch. In Feldmitte hebt der Träger sogar ab. Mit einem definierten Grenzwert der Verformung von $\frac{L}{250}$ wäre die Verformung am Kragende weit darüber hinaus:

Mit $L = 2,5 \cdot L_K = 2,5 \cdot 3000 \text{ mm} = 7500 \text{ mm}$

$$u_{\text{zul}} = \frac{L}{250} = 30 \text{ mm} < 59,2 \text{ mm} = u_{\text{vorh}}$$

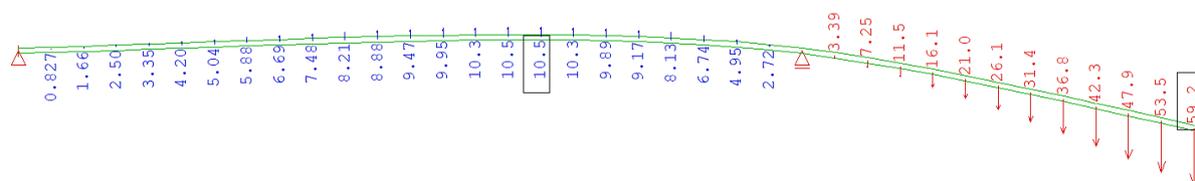


Abbildung 4-5: Einfeldträger mit Kragarm - Ausgangssystem - Verformung u_z [mm]

3. Optimierung

Der Träger soll in der Höhe optimiert werden mit den Grenzen von:

Minimale Höhe = 40 mm

Maximale Höhe = 500 mm

Die Optimierung basiert auf den folgenden Daten:

Tabelle 4-3: Einfeldträger mit Kragarm - Daten für Optimierung

Elementlänge	0,25 m
Anzahl Elemente	36
Masse der zu optimierenden Stäbe	452,2 kg
Umzuverteilende Masse $\Delta\hat{m}$	9 kg
Faktor	2 %

Die Berechnung ist nach 19 Iterationen und sechs ausgeschlossenen Stäben, die alle eines der Grenzkriterien erreicht haben, erfolgreich abgeschlossen.

Tabelle 4-4: Einfeldträger mit Kragarm - Berechnungsdaten

Iterationen j	19
Berechnungszeit je Iteration	~ 47 s
ausgeschlossene Stäbe	6

4. Ergebnis

Infolge der Optimierung bietet der folgende Querschnittsverlauf die maximale Steifigkeit für die gegebene Belastung:

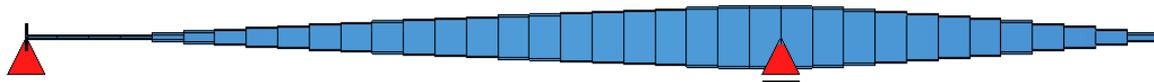


Abbildung 4-6: Einfeldträger mit Kragarm – Optimiertes System

Wie erwartet, gleicht sich der Querschnittsverlauf stark dem Momentenverlauf in Abbildung 4-3 an. Es ist wie Galileo Galilei vorausgesagt hatte (siehe Kapitel 1).

Durch die Materialumverlagerung hat sich die Verformung am Kragende so weit reduziert, dass der Grenzwert $u_{zul} = 30$ mm mit $u_{z,vorh} = 26,1$ mm eingehalten ist.

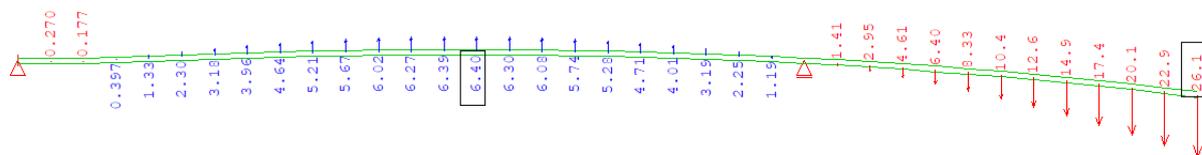
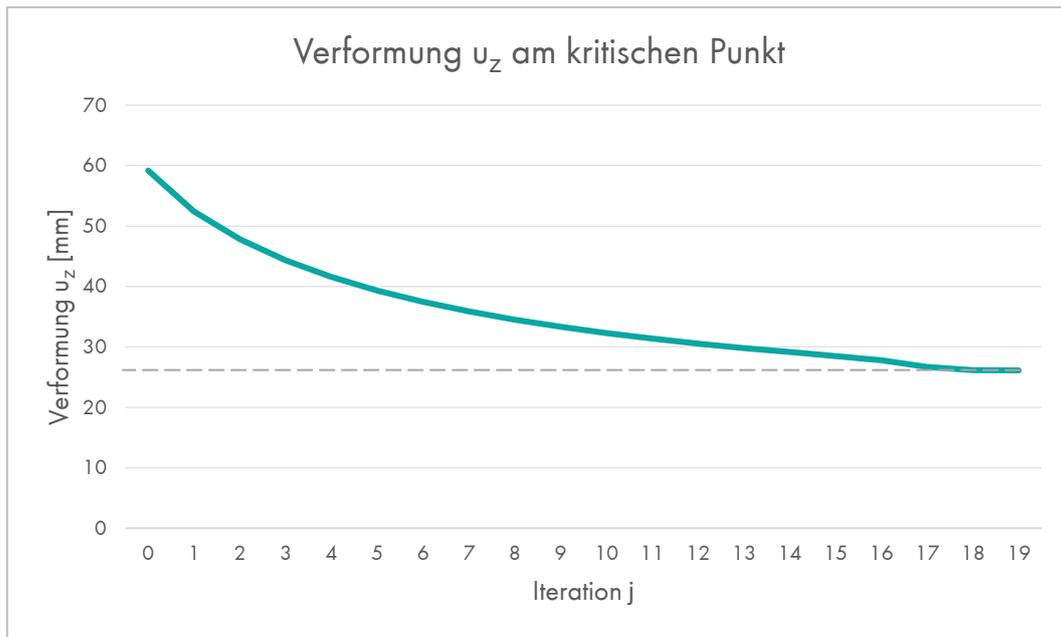


Abbildung 4-7: Einfeldträger mit Kragarm – Optimiertes System – Verformung u_z [mm]

Die Verformung am Kragende hat sich um beachtliche 56 % verringert. Auch die Verformung in der abhebenden Feldmitte konnte um 38 % reduziert werden. Abbildung 4-8 zeigt die Konvergenz der Verformung gegen den Grenzwert von $u_z \approx 26$ mm. Der Sprung in der Verformungskurve ist auf die ausgeschlossenen Stäbe innerhalb dieser Iteration zurückzuführen.

Tabelle 4-5: Einfeldträger mit Kragarm – Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System

		Ausgangssystem	Optimiertes System
Verformung am kritischen Punkt u_z		59,2 mm	26,1 mm
Verformungsreduktion		55,9 %	
Ausnutzung	min	0,6 %	7,6 %
	max	71,4 %	33,2 %

Abbildung 4-8: Einfeldträger mit Kragarm – Verformung u_z je Iteration

Neben der Verformung ist die positive Veränderung der Ausnutzung ein weiterer sichtbarer Effekt. Die Vergleichmäßigung der Spannungsausnutzung zeigen zum einen die Spannungsbilder von SOFiStiK, sowie das Diagramm in Abbildung 4-10.

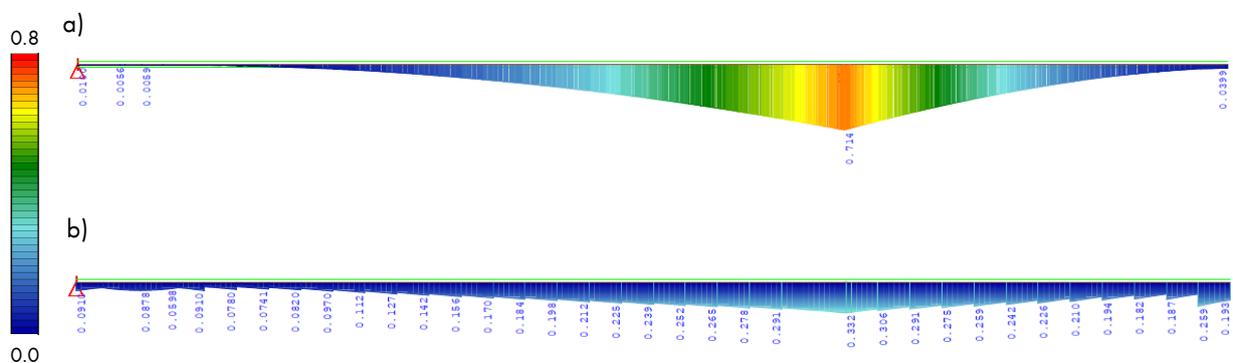


Abbildung 4-9: Einfeldträger mit Kragarm – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System

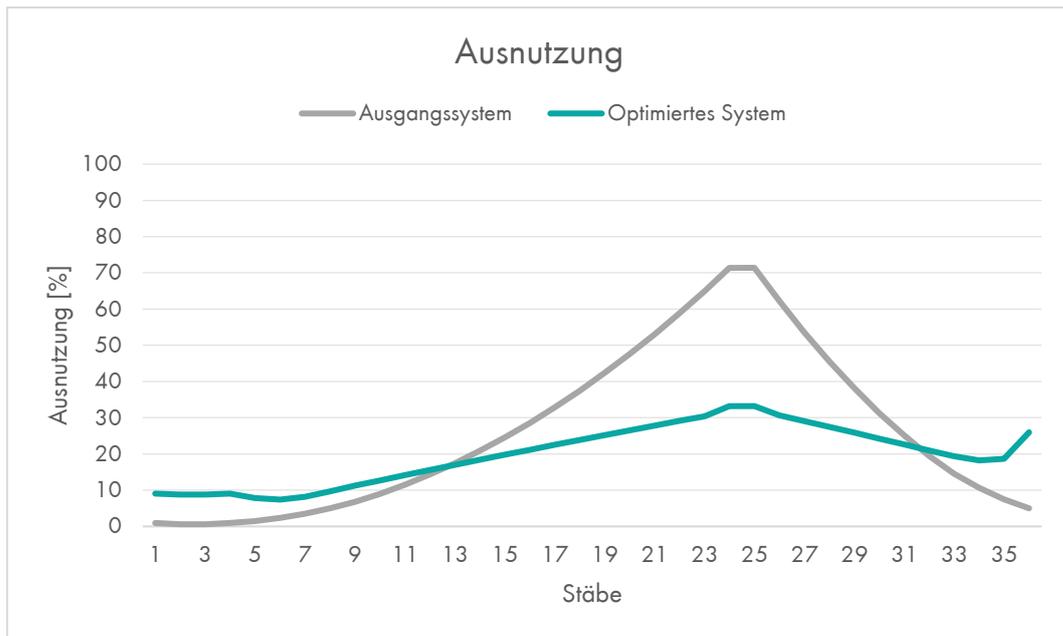


Abbildung 4-10: Einfeldträger mit Kragarm – Ausnutzungsverteilung beider Systeme

Innerhalb dieses Beispiels hat das Tool bereits früh Probleme gezeigt, deren Ursprung jedoch durch die Komplexität der Schleifen im Grasshopper Skript schwer zu erörtern ist. Die Probleme traten bei einem anders gewählten Lastfall mit einer konstant angesetzten Linienbelastung auf, die ab der 14. Iteration zu einem Abbruch der Berechnung führte. Soweit dies nachvollziehbar ist, besteht der Grund des Abbruches in einer Unterbrechung der Datenweitergabe innerhalb der Schleife zum Ausschluss der Stäbe mit überschrittener Tragfähigkeit. Weshalb sich dieses Problem speziell bei diesem Tragwerk zeigt, ist unklar, da die Schleife und der Ausschluss der Stäbe bei anderen zu berechnenden Systemen einwandfrei funktionierten. In diesem Fall wurden die entsprechenden Elemente von der weiteren Optimierung zunächst ausgeschlossen, da sie die minimale Höhe unterschritten. Die auf das Grenzkriterium zurückgesetzten Querschnitte überschritten allerdings die maximal zulässige Tragfähigkeit. Die Parameter sollten anschließend auf die Abmessungen aus der letzten Iteration zurückgesetzt und ausgeschlossen werden. Ab diesem Punkt werden jedoch keine Daten mehr weitergegeben.

Unter dem hier gezeigten und berechneten Lastfall lief die Optimierung einwandfrei ab und ergibt schöne vorzeigbare Ergebnisse.

4.1.2 Rahmentragwerk

In dieser Untersuchung wird ein dreigeschossiger Rahmen mit einer Höhe von jeweils 4,00 m und einer Spannweite von 6,00 m, der unten eingespannt gelagert ist, betrachtet. Dabei sollen alle Stäbe als Rechteckhohlprofil optimiert werden.

1. Statisches System & Lastannahmen

An jeder Rahmenecke wird einseitig eine Horizontalkraft von 20 kN, bzw. 10 kN an der oberen Rahmenecke angesetzt, die aus einer Flächenlast von $1,0 \text{ kN/m}^2$ und einem Trägerabstand von 5,0 m resultiert – zum Beispiel aus Wind.

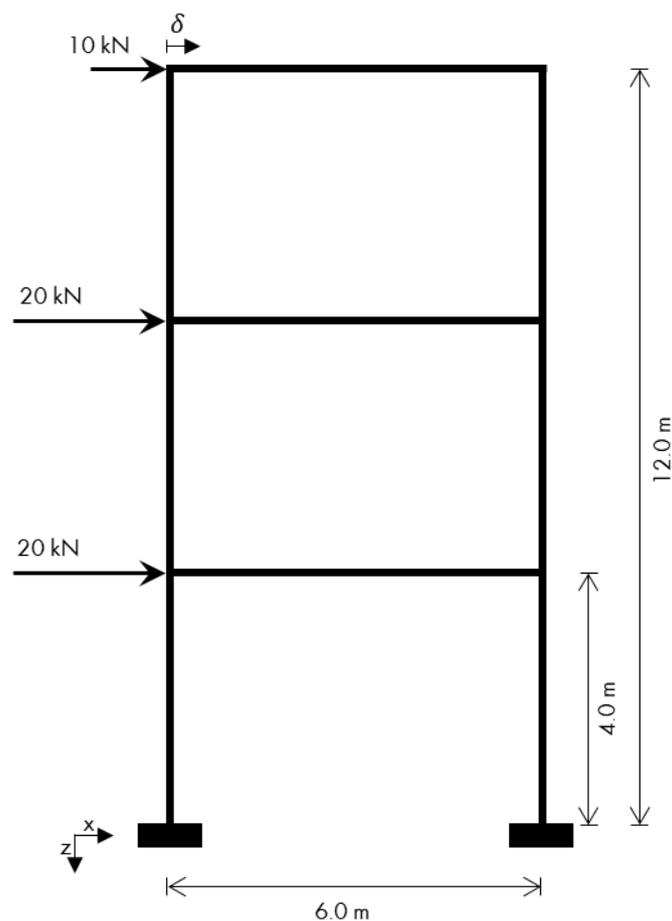


Abbildung 4-11: Rahmentragwerk – statisches System

Horizontalbelastungen gefährden häufig die Standfestigkeit von Tragwerken, weshalb oft ein eigenes System zum Abfangen der Horizontalkräfte – und somit auch zur Minimierung der horizontalen Verformungen – miteingeplant wird. Hier soll die Verformung δ am obersten Knoten durch die MVM minimiert werden. Daher wird an der Rahmenecke oben links die virtuelle Einheitslast in x-Richtung angesetzt.

2. Ausgangssystem

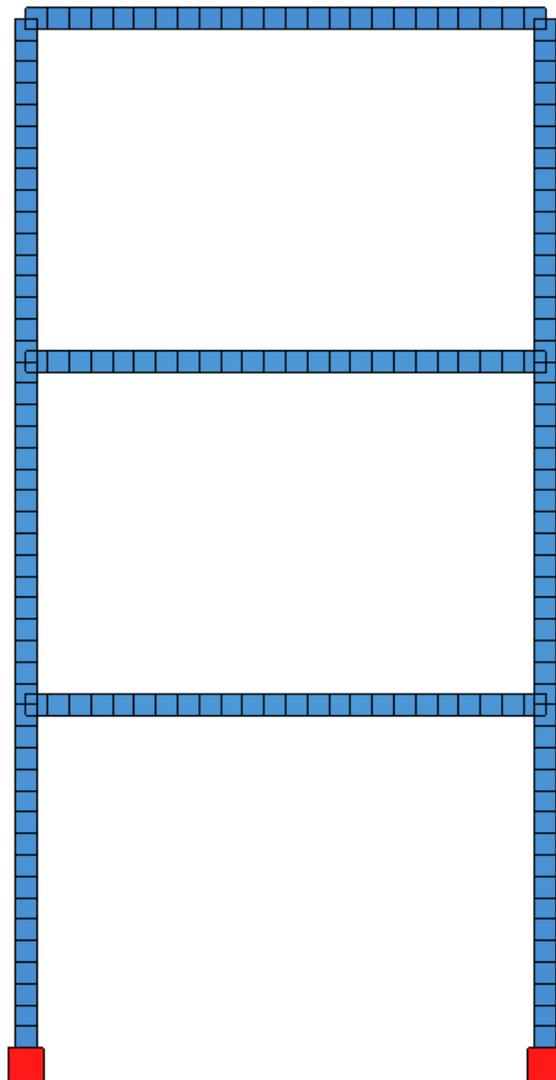
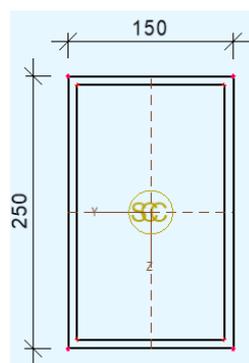


Abbildung 4-12: Rahmentragwerk - Ausgangssystem

Der Ausgangsquerschnitt für Stützen und Riegel ist folgendes Rechteckhohlprofil:

Tabelle 4-6: Rahmentragwerk - Querschnittsparameter

Querschnitt	Rechteckhohlprofil (RHS)
Höhe H	250 mm
Breite B	150 mm
Blechstärke T	8 mm



Der Rahmen verformt sich relativ gleichmäßig mit einer maximalen Verformung am kritischen Punkt von 62,5 mm.

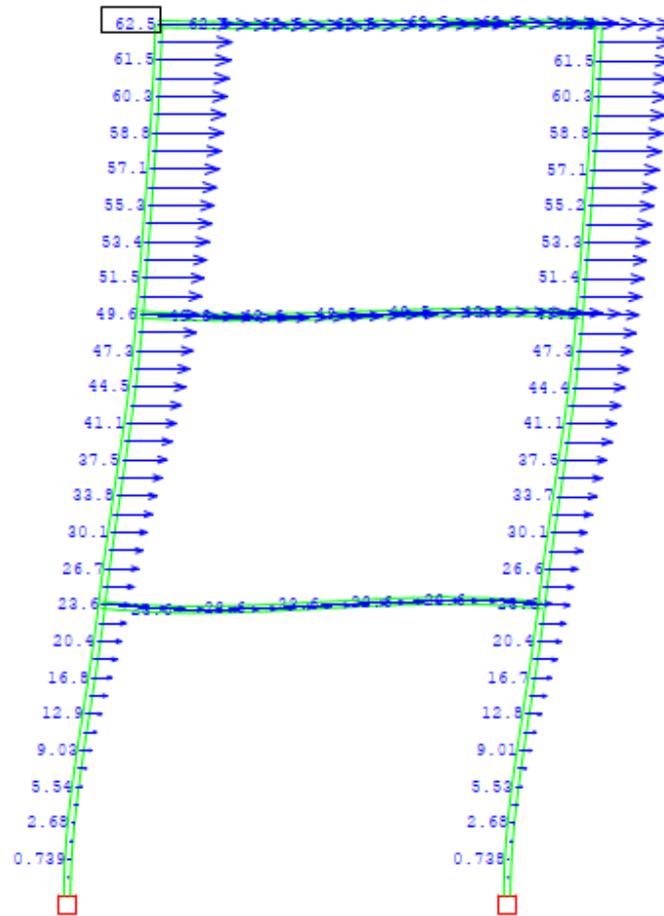


Abbildung 4-13: Rahmentragwerk – Ausgangssystem – Verformung u_x [mm]

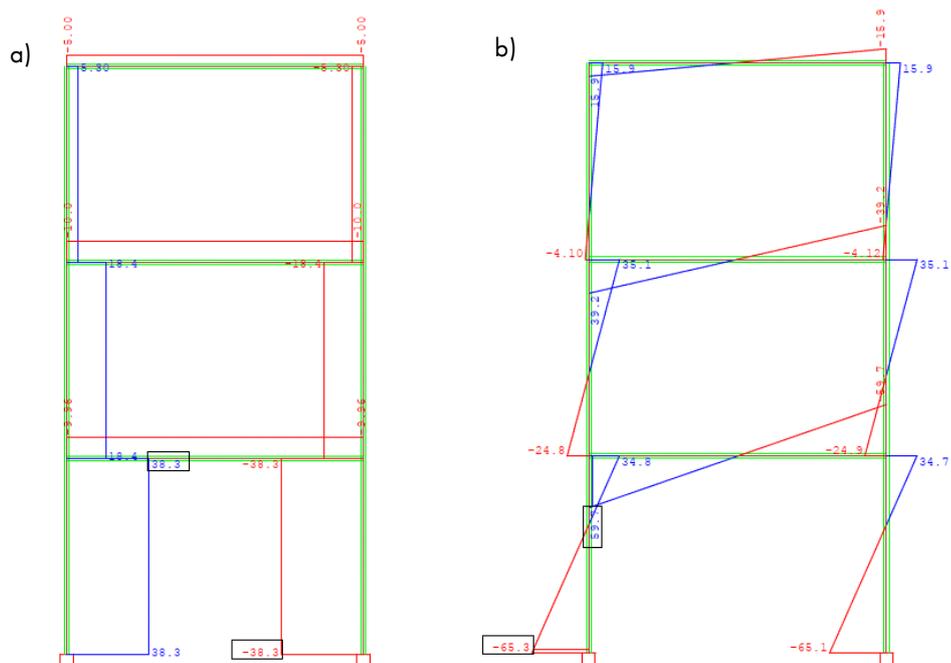


Abbildung 4-14: Rahmentragwerk – Ausgangssystem a) Normalkraft N [kN]; b) Moment M_y [kNm]

3. Optimierung

Die Träger sollen in der Höhe optimiert werden mit den Grenzen von:

Minimale Höhe = 40 mm

Maximale Höhe = 560 mm

Die Optimierung basiert auf den folgenden Daten:

Tabelle 4-7: Rahmentragwerk - Daten für Optimierung

Elementlänge	0,25 m
Anzahl Elemente	168
Masse der zu optimierenden Stäbe	2025,7 kg
Umzuverteilende Masse $\Delta\hat{m}$	40,5 kg
Faktor	2 %

Ohne Fehlermeldung und nach 4 ausgeschlossenen Stäben, die alle auf die maximale Querschnittsgrenze zurückgesetzt wurden, erreicht die Verformung nach 14 Iterationen ihr Minimum.

Tabelle 4-8: Rahmentragwerk - Berechnungsdaten

Iterationen j	19
Berechnungszeit je Iteration	~ 61 s
ausgeschlossene Stäbe	4

4. Ergebnis

Die MVM bringt folgenden Querschnittsverlauf hervor:

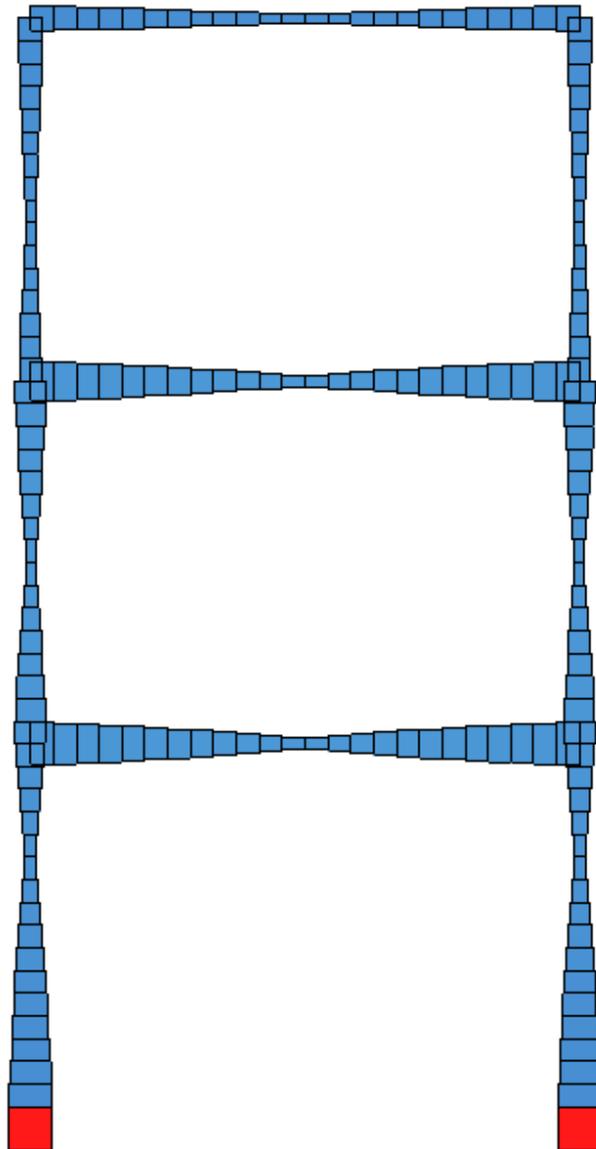


Abbildung 4-15: Rahmentragwerk - Optimiertes System

Anhand des Querschnittsverlaufs erkennt man schön die Gelenkwirkung am Rahmen, die sich vor allem in der Feldmitte der horizontalen Träger zeigt. Im Momentenverlauf ist dies noch deutlicher zu erkennen.

Der Rahmen erreicht mit diesem Querschnittsverlauf eine minimale horizontale Verformung von knapp 32 mm.

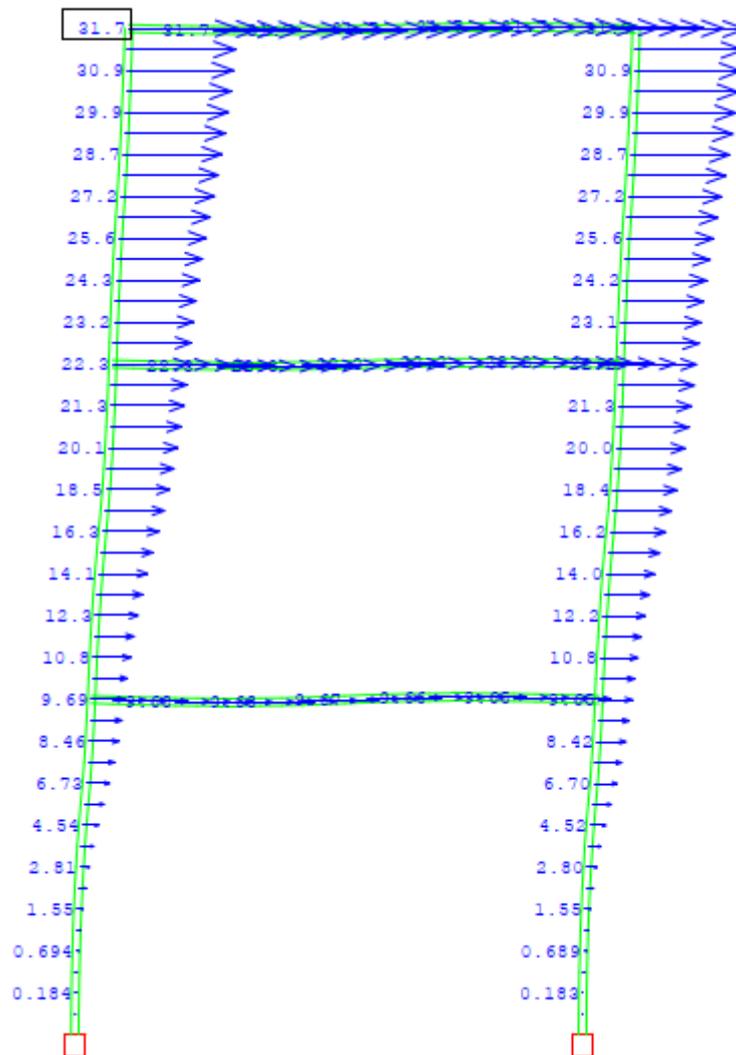


Abbildung 4-16: Rahmentragwerk - Optimiertes System - Verformung u_x [mm]

Die Abnahme der Verformung (siehe Abbildung 4-17) und die Vergleichmäßigung der Ausnutzung infolge der Optimierung wird stark deutlich.

Die horizontale Verformung hat sich insgesamt um knappe 49 % verringert.

Tabelle 4-9: Rahmentragwerk - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System

		Ausgangssystem	Optimiertes System
Verformung am kritischen Punkt u_x		62,5 mm	31,7 mm
Verformungsreduktion		49,3 %	
Ausnutzung	min	1,0 %	2,6 %
	max	45,8 %	19,6 %

Die Verformungsabnahme nähert sich im folgenden Diagramm sehr deutlich und anschaulich an den Grenzwert von 32 mm.

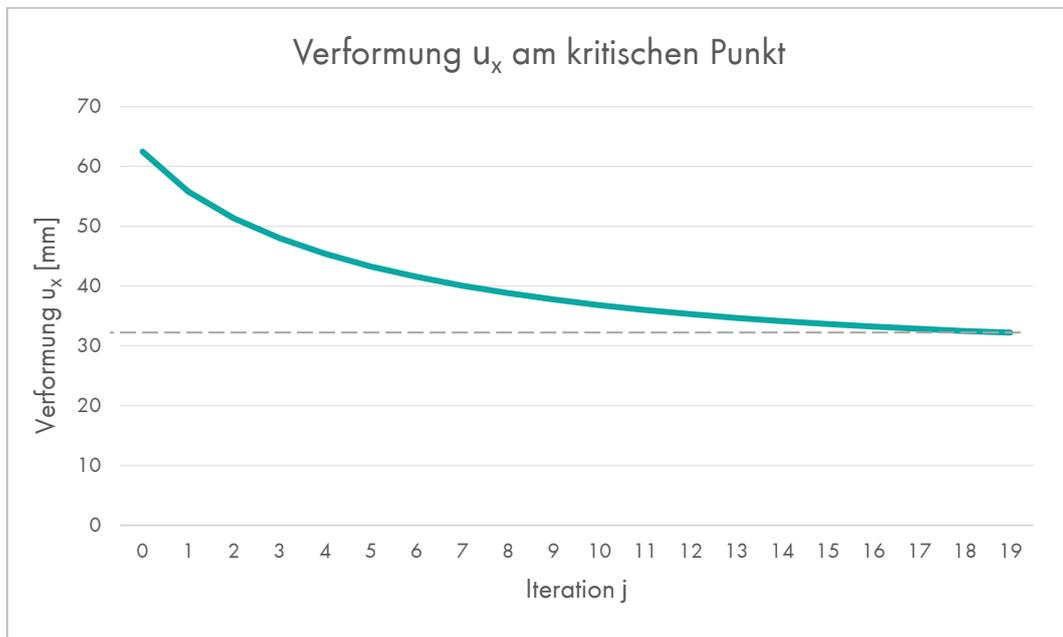


Abbildung 4-17: Rahmentragwerk – Verformung u_x je Iteration

Auch hier wird die Angleichung der Spannungsausnutzung an ein Niveau durch die Spannungsbilder in Abbildung 4-18 und dem Diagramm in Abbildung 4-19 deutlich.

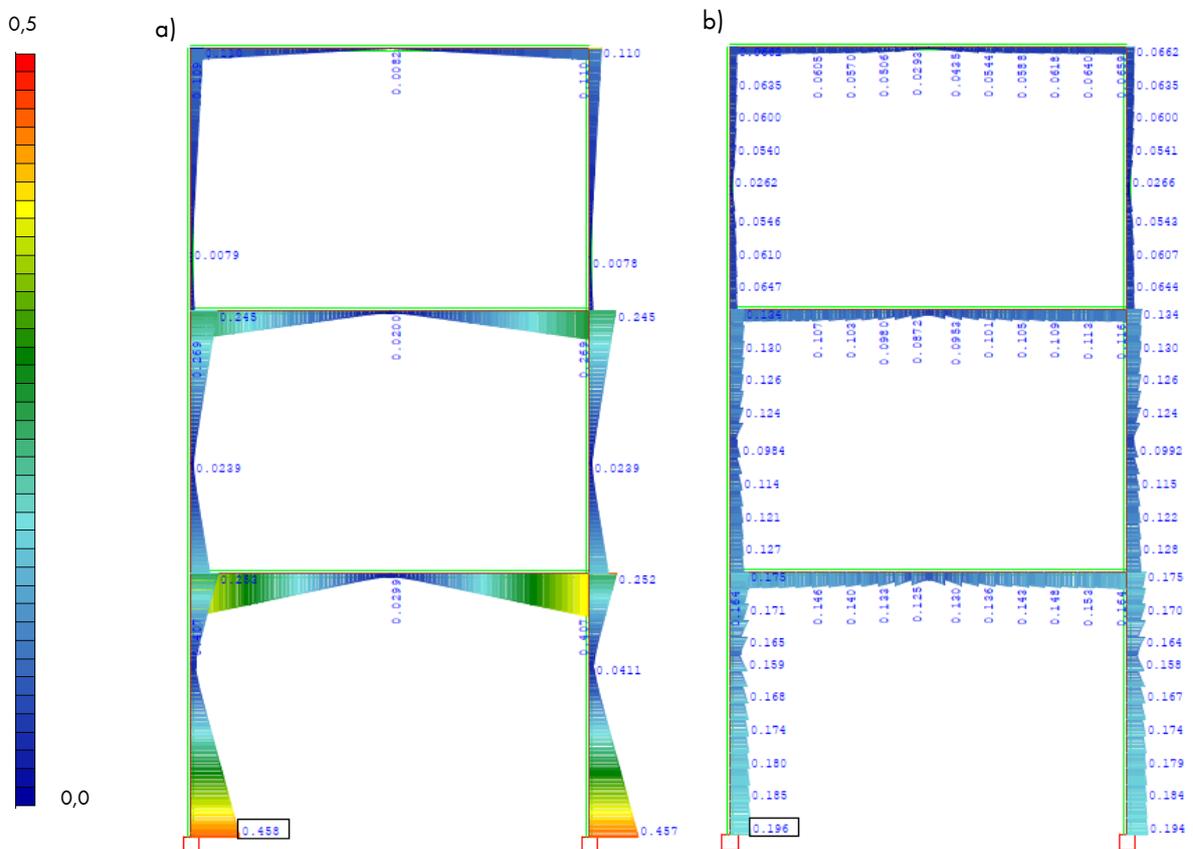


Abbildung 4-18: Rahmentragwerk – Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System

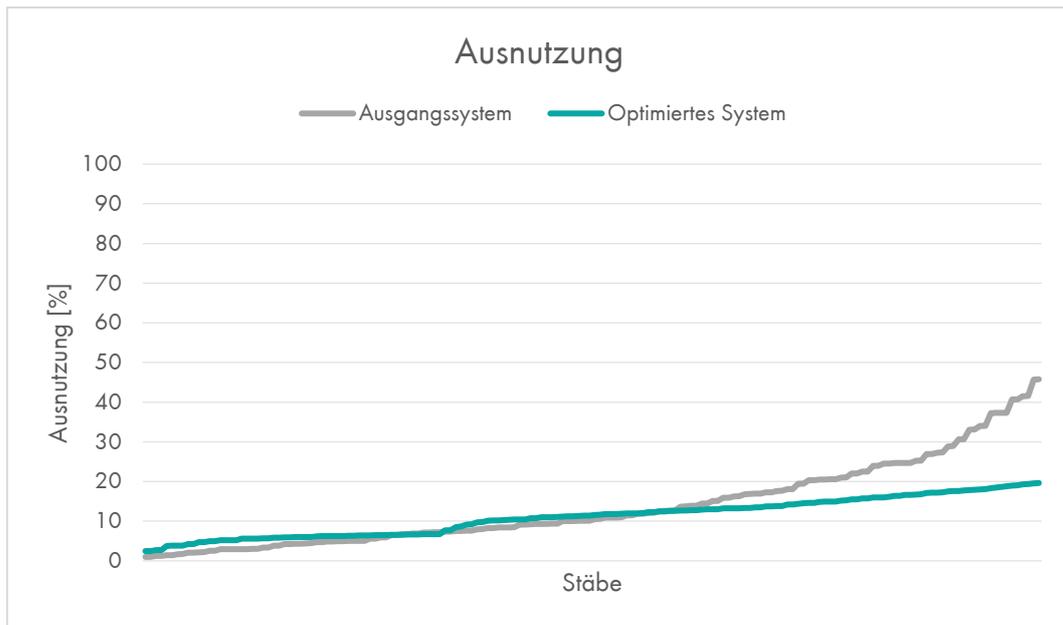


Abbildung 4-19: Rahmentragwerk - Ausnutzungsverteilung beider Systeme

4.1.3 Trägerrost

Das nächste zu optimierende Tragwerk ist der in Abbildung 4-20 dargestellte Trägerrost mit einer Gesamt- abmessung von 20,0 x 20,0 m. Die Träger sind im Abstand von 2,0 m angeordnet. Daher besteht das Modell insgesamt aus 14 Stäben mit einer Gesamtlänge von 20 m. Die vier gelenkigen Lager sind jeweils ein Feld eingerückt.

1. Statisches System & Lastannahmen

Auf allen Knotenpunkten ist eine Punktlast angeordnet, die beispielsweise aus einer Schneelast von knapp 1 kN/m² resultiert. Daher wird auf den inneren Knoten eine Punktlast von 4 kN und auf den äußeren Knoten eine Punktlast von 2 kN angesetzt.

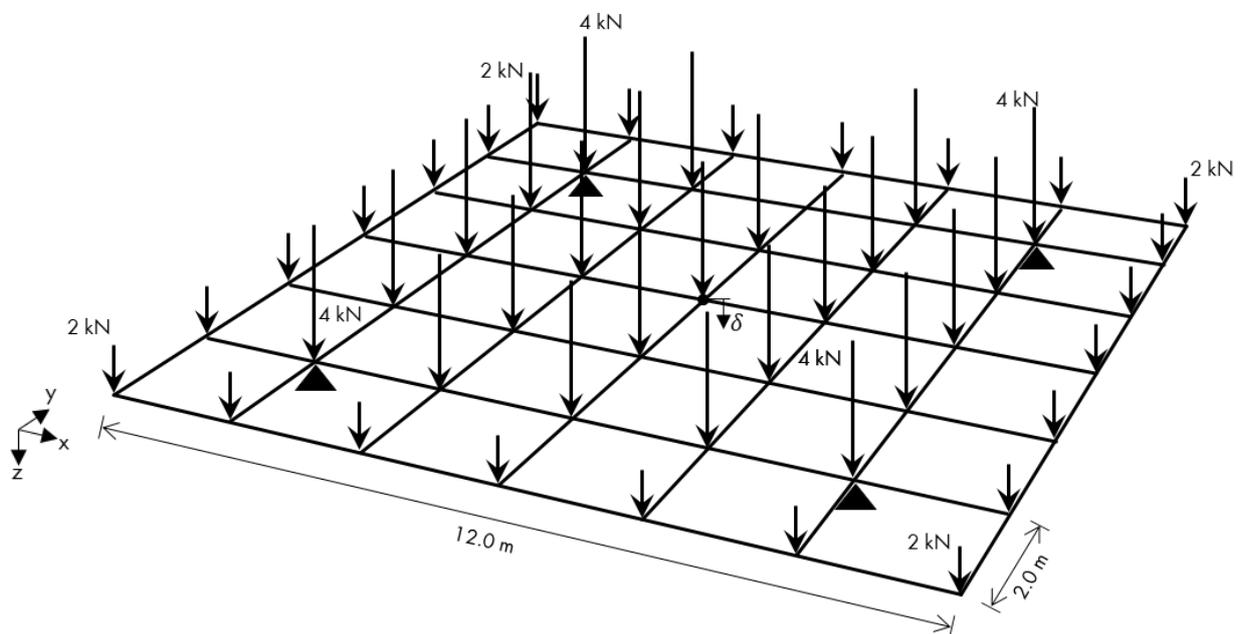


Abbildung 4-20: Trägerrost – statisches System

Es soll die Verformung in der Systemmitte minimiert werden, daher wird an diesem Knoten die Einheitslast in Z-Richtung angesetzt.

2. Ausgangssystem

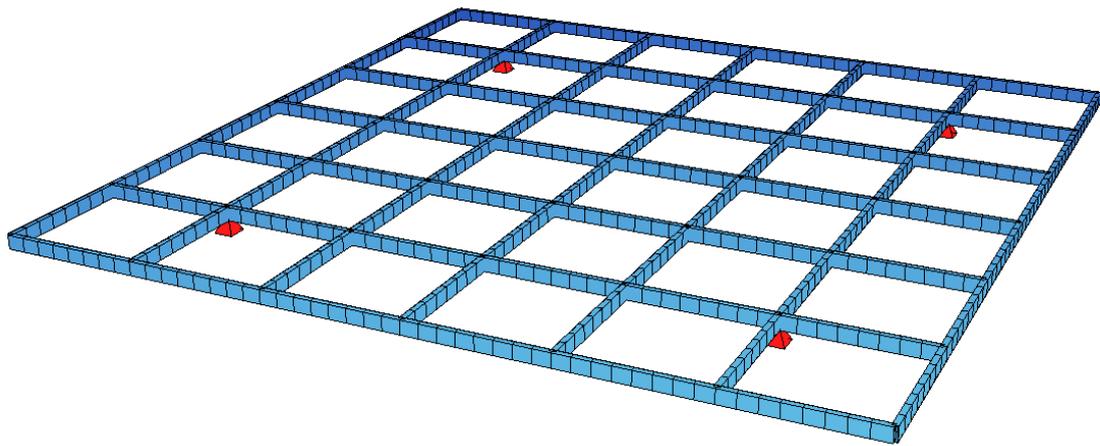


Abbildung 4-21: Trägerrost - Ausgangssystem

Aus der Vorbemessung ergab sich ein I-Profil mit folgenden Abmessungen:

Tabelle 4-10: Trägerrost - Querschnittsparameter

Querschnitt	Rechteckhohlprofil (RHS)
Höhe H	200 mm
Breite B	80 mm
Blechstärke T	8 mm

Aus der Belastung heraus ergibt sich folgender Biegemomentenverlauf:

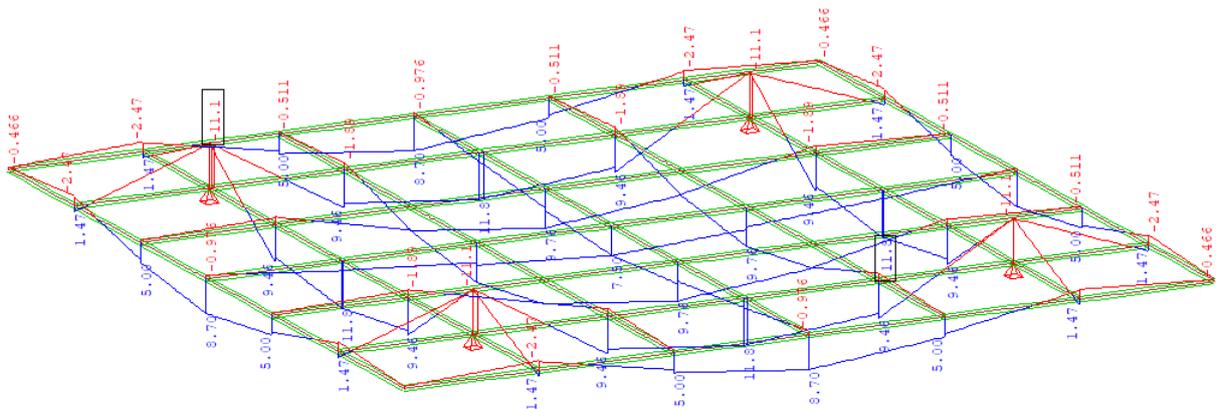


Abbildung 4-22: Trägerrost - Ausgangssystem - Biegemoment M_y [kNm]

Die maximale Verformung erreicht das System am definierten Auswertungspunkt in Feldmitte mit einer Verformung von $u_z = 27,1$ mm. Für eine klare Darstellung ist in Abbildung 4-24 die Verformung des (orange markierten) mittleren Trägers abgebildet und in Abbildung 4-25 die Verformung des lila markierten Randträgers, der an den Trägerenden um 12 mm abhebt.

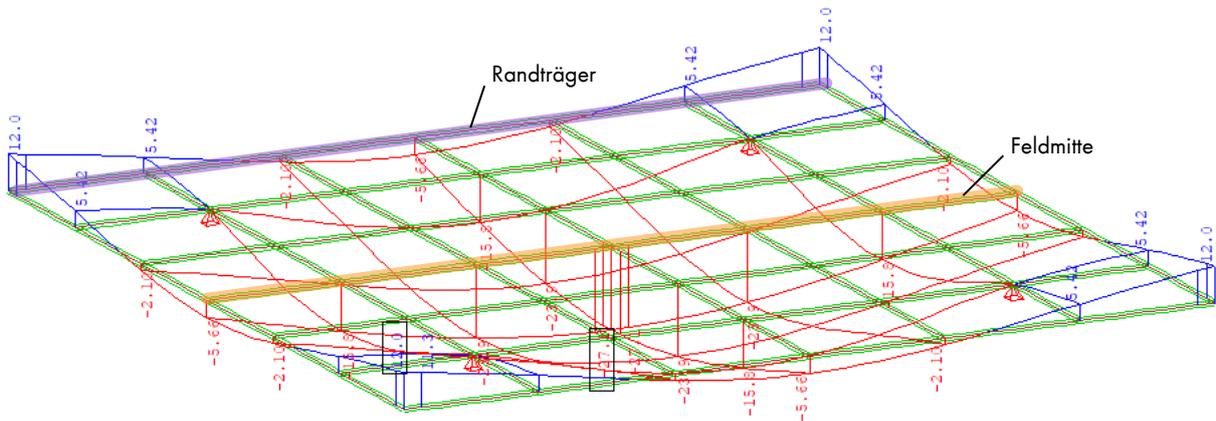


Abbildung 4-23: Trägerrost - Ausgangssystem - Verformung u_z [mm]

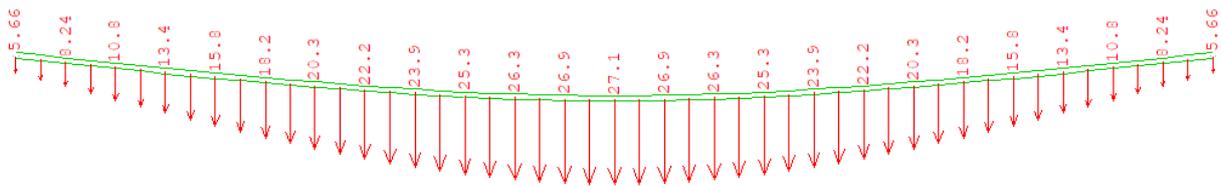


Abbildung 4-24: Trägerrost - Ausgangssystem - Verformung u_z [mm] Feldmitte

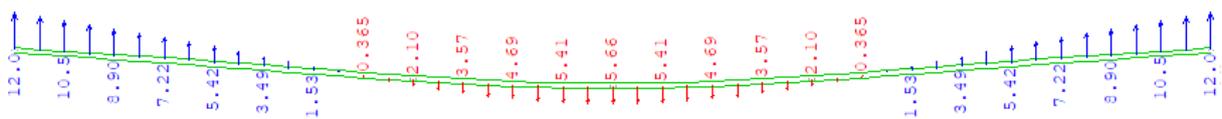


Abbildung 4-25: Trägerrost - Ausgangssystem - Verformung u_z [mm] Randträger

3. Optimierung

Die Träger sollen in der Höhe optimiert werden mit den Grenzen von:

Minimale Höhe = 50 mm

Maximale Höhe = X (unbegrenzt)

Die Optimierung basiert auf den folgenden Daten:

Tabelle 4-11: Trägerrost - Daten für Optimierung

Elementlänge	0,25 m
Anzahl Elemente	672
Masse der zu optimierenden Stäbe	5570,6 kg
Umzuverteilende Masse $\Delta\hat{m}$	111,4 kg
Faktor	2 %

Nach 17 Iterationen ist ein System erreicht, das sich hinsichtlich der gegebenen Bedingungen minimal verformt. 116 Stäbe wurden nach Erreichen der minimalen Höhe ausgeschlossen, vier Stäbe, die von der weiteren Optimierung ausgeschlossen werden, überschritten die maximale Ausnutzung. Eine Fehlermeldung wies darauf hin, dass sich die Gesamtmasse des Systems verändert hat. Eine Berechnung der Gesamtmasse ergab eine verminderte Gesamtmasse um etwa 2,1 kg.

Tabelle 4-12: Trägerrost - Berechnungsdaten

Iterationen j	17
Berechnungszeit je Iteration	~461 s
ausgeschlossene Stäbe	120

4. Ergebnis

Aus dem optimierten System geht erneut klar der Momentenverlauf aus Abbildung 4-22 hervor:

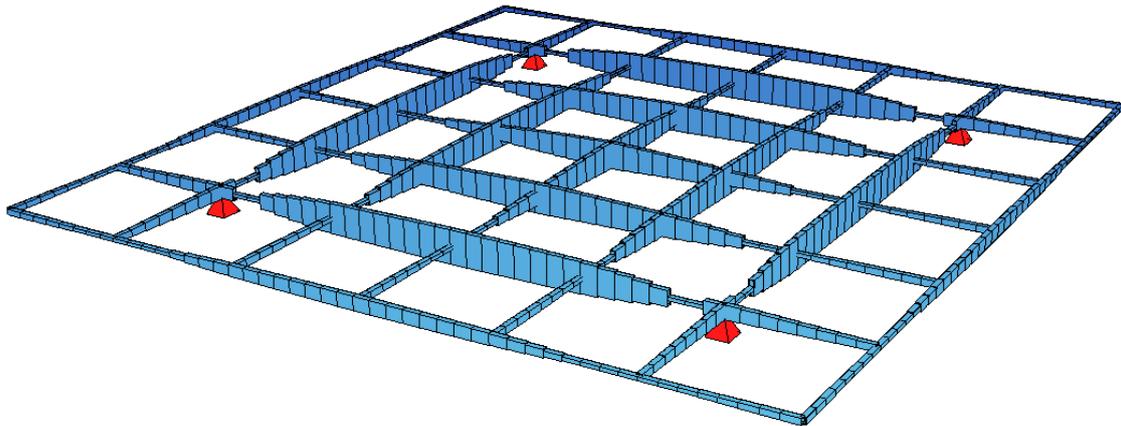


Abbildung 4-26: Trägerrost - Optimiertes System



Abbildung 4-27: Trägerrost - Optimiertes System, Seitenansicht

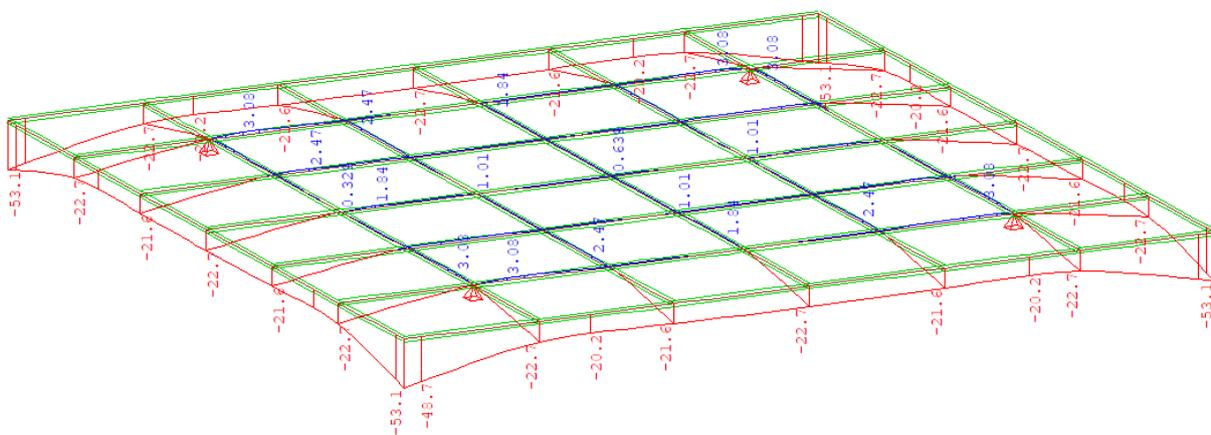


Abbildung 4-28: Trägerrost - Optimiertes System - Verformung u_z [mm]

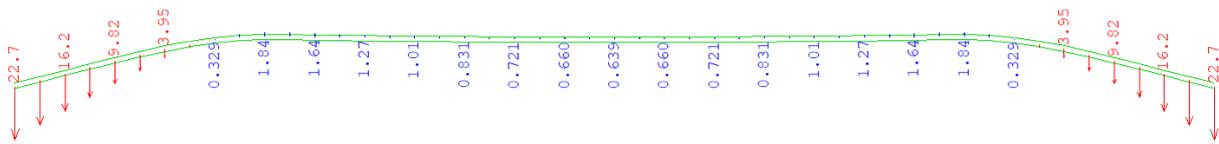


Abbildung 4-29: Trägerrost - Optimiertes System - Verformung u_z [mm] Feldmitte

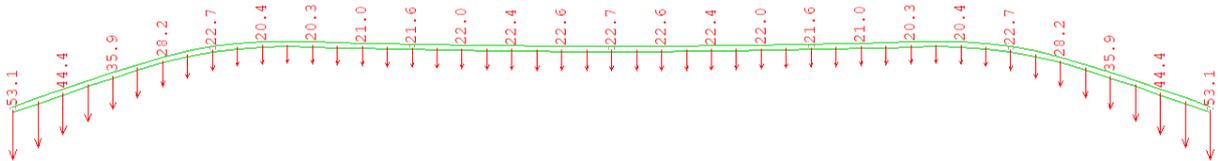


Abbildung 4-30: Trägerrost - Optimiertes System - Verformung u_z [mm] Randträger

Die Verformung in Feldmitte konnte durch die Materialumverteilung auf knapp 0 mm minimiert werden, was einer Reduktion von ganzen 100 % entspricht. Allerdings hat sich die Überhöhung der Kragarme in eine vielfache Verformung davon nach unten gewandelt.

Tabelle 4-13: Trägerrost - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System

		Ausgangssystem	Optimiertes System
Verformung am kritischen Punkt u_z		27,1 mm	-0,64 mm
Verformungsreduktion		~102 %	
Ausnutzung	min	0,5 %	0,7%
	max	16,5%	63,6%

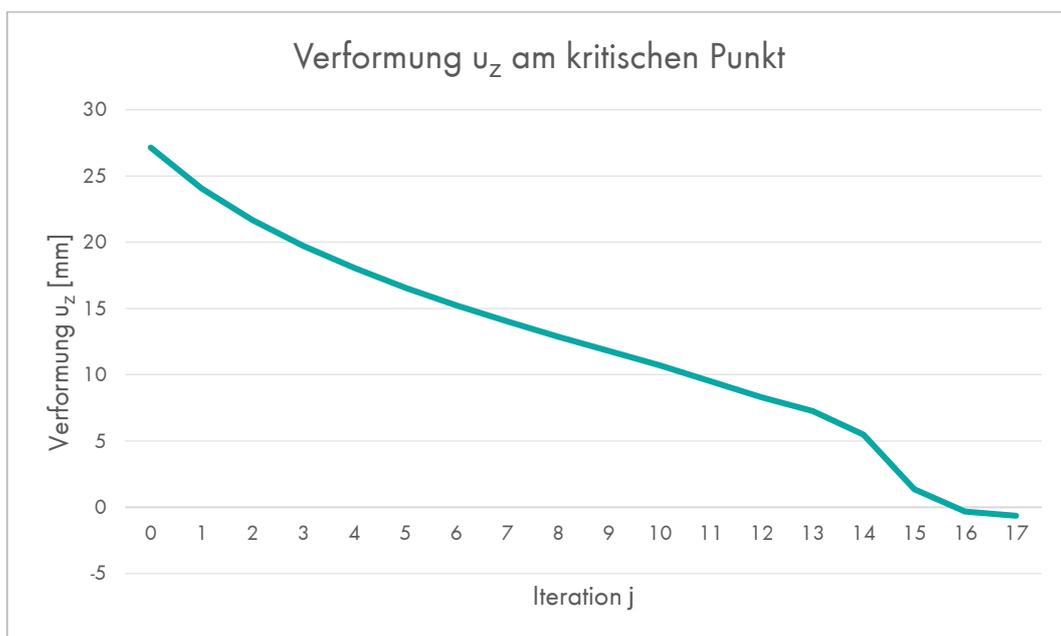


Abbildung 4-31: Trägerrost- Verformung u_z je Iteration

Die Sprünge im Verformungsverlauf werden von den ausgeschlossenen Stäben verursacht.

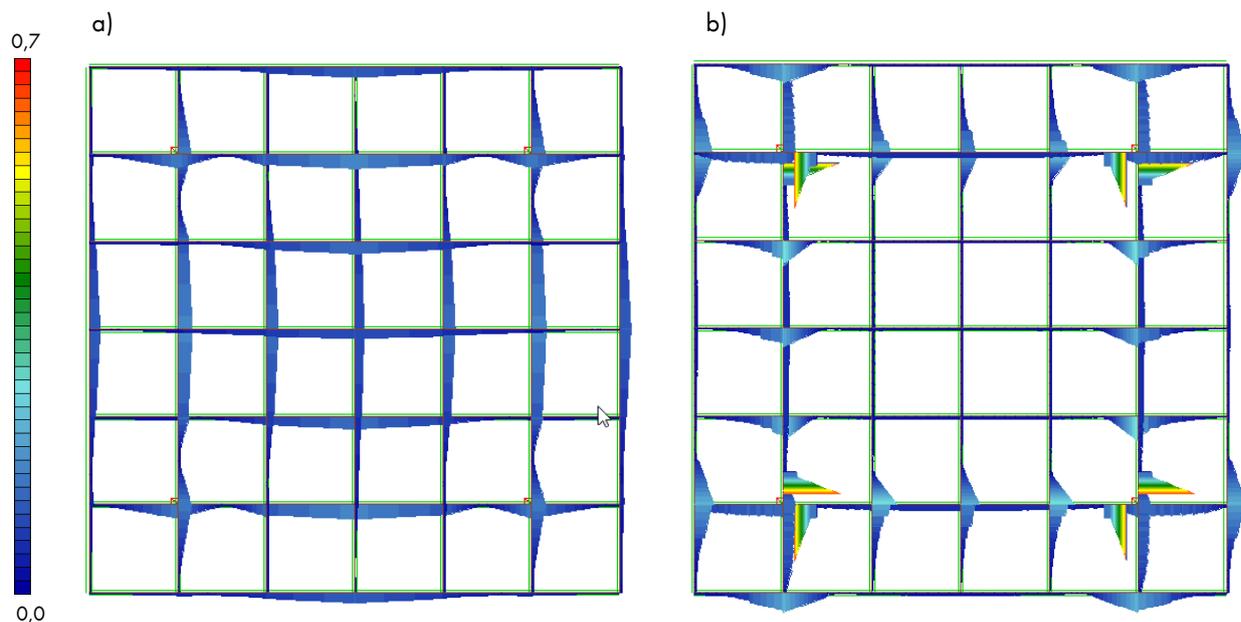


Abbildung 4-32: Trägerrost - Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System

Neben der Verformung an den Kragarmen, hat sich die Optimierung mit dem Tool außerdem in der Ausnutzung negativ ausgewirkt. Die Elemente des optimierten Systems werden stark unterschiedlich ausgenutzt, was die Spannungsbilder beider Systeme in Abbildung 4-32 zeigen. Auffällig ist, dass alle ausgeschlossenen Stäbe mit der Grenzabmessung $H = 50 \text{ mm}$ die hohe Ausnutzung grundlegend bestimmen. An den Elementen mit den Spannungsspitzen neben den Auflagern mit einer Ausnutzung von 69 % am optimierten System wirkt beispielsweise noch ein Moment von $M_y \approx -5 \text{ kNm}$, das bei einem Hebelarm von knapp 2,5 cm zu einer Druckkraft unten bzw. einer Zugkraft oben von knapp 200 kN führt, was bei der kleinen Querschnittsfläche zu einer großen Spannung führt.

Der Ausschluss dieser Stäbe resultiert aus einer vergleichsweise hohen Verformungssensitivität, für die der Anteil aus dem Biegemoment M_y der maßgebende Faktor ist. Die hohe Verformungssensitivität dieser Elemente ergibt eine hohe Masse, die von diesen Elementen jedoch abzuziehen ist. Der Parameter erreicht dadurch Abmessungen, die deutlich unter das Grenzkriterium fallen – das Element wird infolgedessen ausgeschlossen und auf das Grenzkriterium zurückgesetzt – trotz der hohen Schnittgrößen und der hohen Sensitivität.

In diesem Fall müsste man das Problem manuell umgehen, indem man händisch Material auf die ausgeschlossenen Stäbe gibt.

4.2 Praxisbeispiel – Konzerthaus München

Das Tool soll nun an einem Beispiel aus der Praxis angewendet werden. Hierbei handelt es sich um das neu geplante Konzerthaus in München (kurz: KHM) der Cukrowicz Nachbaur Architekten ZT GmbH. Das Gebäude soll zwei Konzertsäle sowie eine Musikwerkstatt beinhalten.



Abbildung 4-33: Visualisierung des Konzerthauses in München [25]

Das Gebäude wird primär von einem System aus Platten und Stützen – der äußeren Hülle – getragen. Der große Konzertsaal wird zudem von der inneren Hülle umhüllt und getragen. Statisch sind jedoch beide Systeme voneinander entkoppelt. Abbildung 4-34 zeigt grob das Tragsystem.

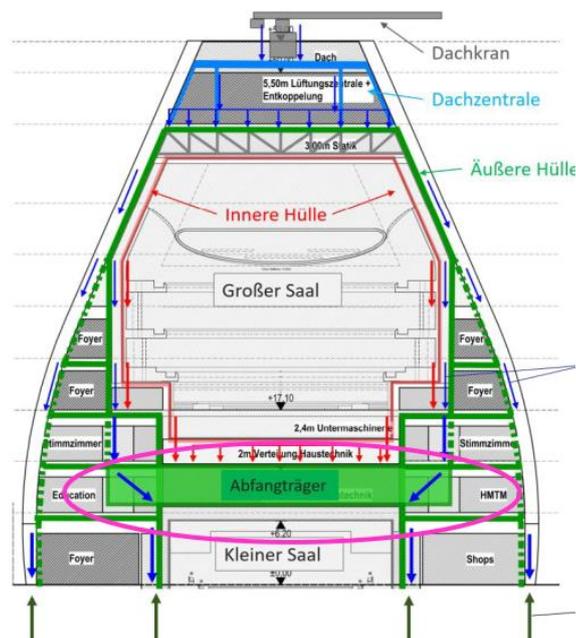


Abbildung 4-34: Statische Systeme des Konzerthauses München [26]

Die innere Hülle setzt sich grundlegend aus mehreren Stahlrahmen zusammen, die durch Wände ausgesteift werden. Die Rahmen setzen sich teilweise aus Fachwerken zusammen, teilweise auch aus einfachen Trägern.

Für die Anwendung der MVM soll hier nur ein kleiner Teil der inneren Hülle betrachtet werden. Ein Problem in der aktuellen Planungsphase stellen die auskragenden Balkone im zweiten Rang dar, die im Schnitt des Gesamtmodells der inneren Hülle in Abbildung 4-35 markiert sind.

Bislang sind die Schwingungen der Balkone noch in einem kritisch geringen Bereich, weshalb sich durch die Anwendung der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung eine Erhöhung der Steifigkeit und dadurch eine Erhöhung der Frequenz erhofft wird.

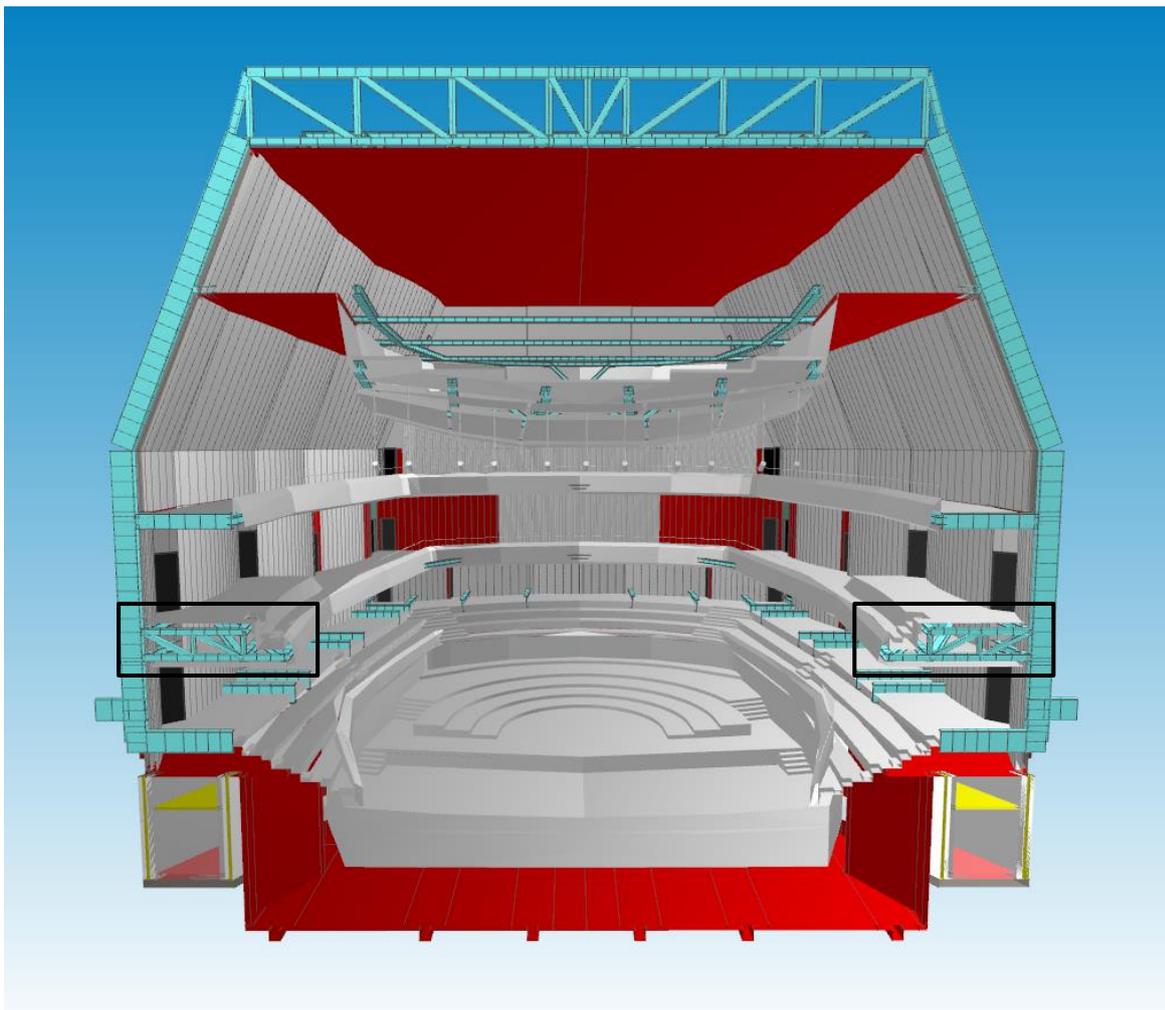


Abbildung 4-35: 3D Modell – Schnitt durch den großen Saal des Konzerthauses

1. Statisches System & Lastannahmen

Für die Optimierung und Analyse wird lediglich das Fachwerkssystem der Balkone an der Stelle der längsten Auskrugung von knapp 5 m betrachtet. Die Anschlüsse an die Stahlrippe werden als gelenkiges, festes Lager modelliert. An den drei in Abbildung 4-36 dargestellten Knoten wird das System von anschließenden Stäben aus der Ebene gehalten, daher werden hier Festhalterungen in x-Richtung angeordnet. Der obere und untere Träger wird als Stab modelliert, um Biegung aufnehmen zu können. Die Diagonalen und Vertikalen werden mit einem Momentengelenk jeweils an Stabanfang und -ende modelliert – vergleichsweise zu einem Fachwerkträger.

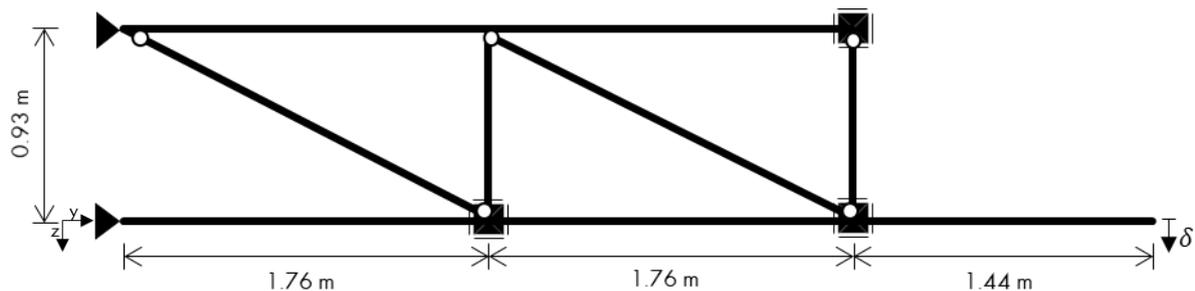


Abbildung 4-36: KHM – statisches System

Sämtliche Lasten wurden aus den aktuellen statischen Berechnungen der Firma Werner Sobek [26] übernommen und auf das System aufgebracht. Zur Dokumentation werden die Lasten im Folgenden getrennt zwischen ständigen und veränderlichen Lasten aufgeführt, jedoch werden sie für die Optimierung in einen Lastfall zusammengefasst. Daher müssen die eingegebenen Werte die Teilsicherheitswerte γ_f für Einwirkungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (kurz: GZT) bereits berücksichtigen. Dies bedeutet, dass die Verformungen ebenfalls im GZT berechnet werden, jedoch bleibt die prozentuale Reduktion der Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (kurz: GZG) gleich. Damit wird sichergestellt, dass die Tragfähigkeit des Systems weiterhin eingehalten wird.

Die hier aufgeführten Lastwerte sind charakteristisch.

- Ständige Lasten ($\gamma_f = 1,35$):

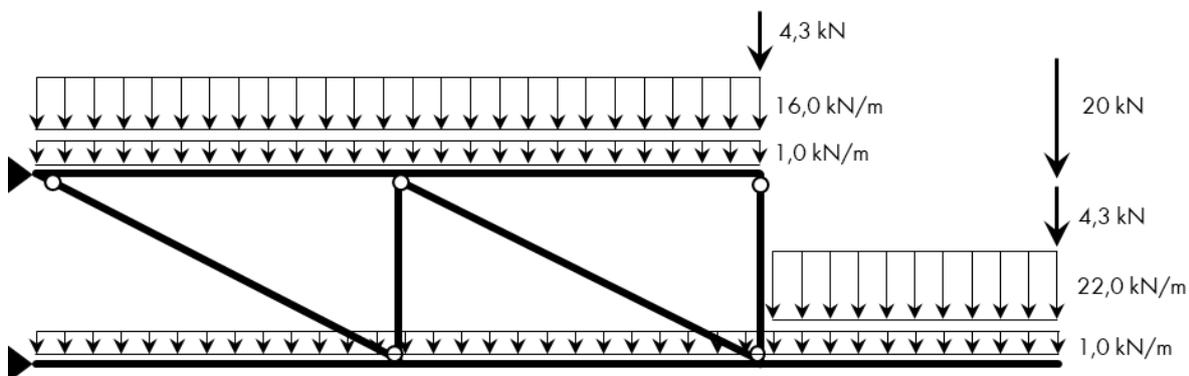


Abbildung 4-37: KHM – Belastung aus ständigen Lasten

Tabelle 4-14: KHM - Lastannahmen - ständige Lasten

Belastungsart	Lastwert	Lastfall
Linie	1,0 kN/m	Eigengewicht
Punkt	4,3 kN	Eigengewicht aus anschließenden Stäben
Punkt	20 kN	Eigengewicht aus Balkonfront
Linie	16,0 kN/m 22,0 kN/m	Ausbau

- Veränderliche Lasten ($\gamma_f = 1,5$):

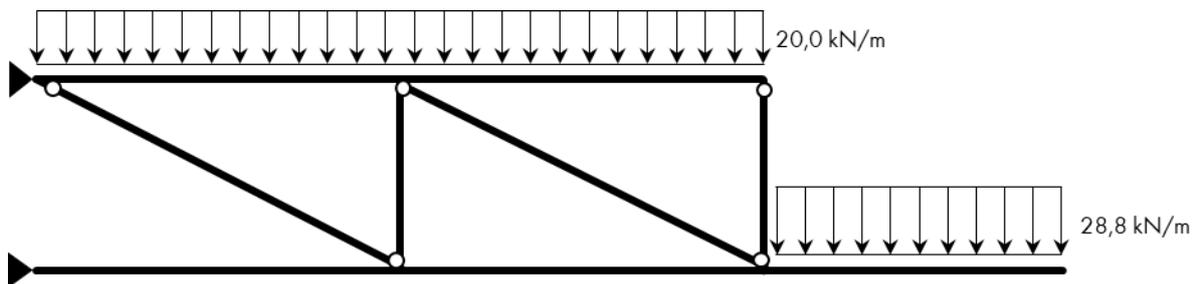


Abbildung 4-38: KHM - Belastung aus ständigen Lasten

Tabelle 4-15: KHM - Lastannahmen - ständige Lasten

Belastungsart	Lastwert	Lastfall
Linie	20,0 kN/m 28,8 kN/m	Nutzlast

Da die Gesamtsteifigkeit des Systems optimiert werden soll, ist das Ziel die Optimierung der Verformung am Kragende. Daher wird hier die Einheitslast aufgebracht.

2. Ausgangssystem

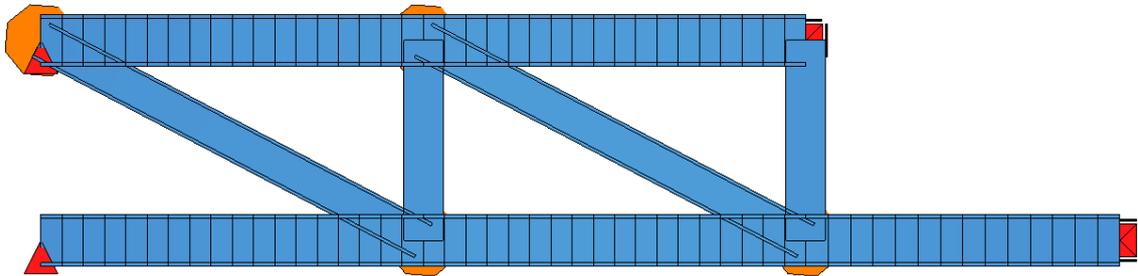


Abbildung 4-39: KHM - Ausgangssystem

Im Zuge der Leistungsphase 3 wurden für den Balkon die Abmessungen sowie die Querschnitte festgelegt und für die Optimierung übernommen. Der untere und obere Träger wurde bislang als HEB240 bemessen und die Fachwerkträger als HEB180.

Tabelle 4-16: KHM - Querschnittsparameter

	Träger	Fachwerkstäbe
Querschnitt	I - Profil (I)	I - Profil (I)
Höhe H	240 mm	180 mm
Breite B	240 mm	180 mm
Stegdicke T_w	10 mm	8,5 mm
Flanschdicke T_f	17 mm	14 mm

Aus der Belastung heraus ergibt sich folgender Normalkraft- und Biegemomentenverlauf:

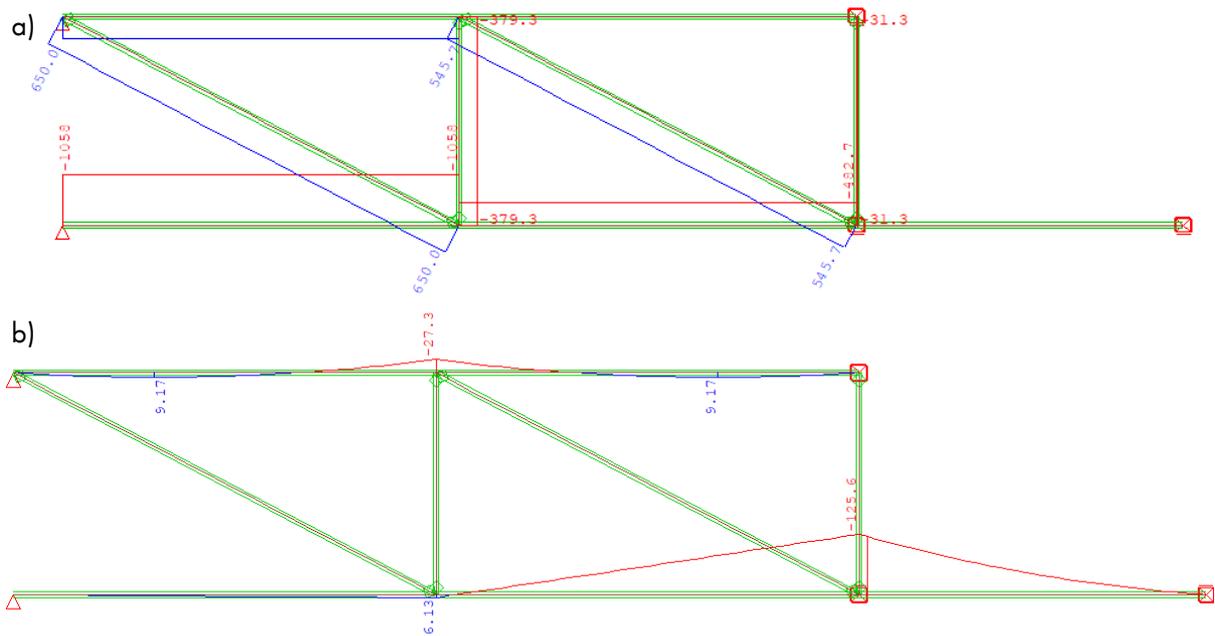


Abbildung 4-40: KHM - Ausgangssystem - a) Normalkraft N [kN]; b) Biegemoment M_y [kNm]

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit biegt sich das Kragende um 22,2 mm durch.

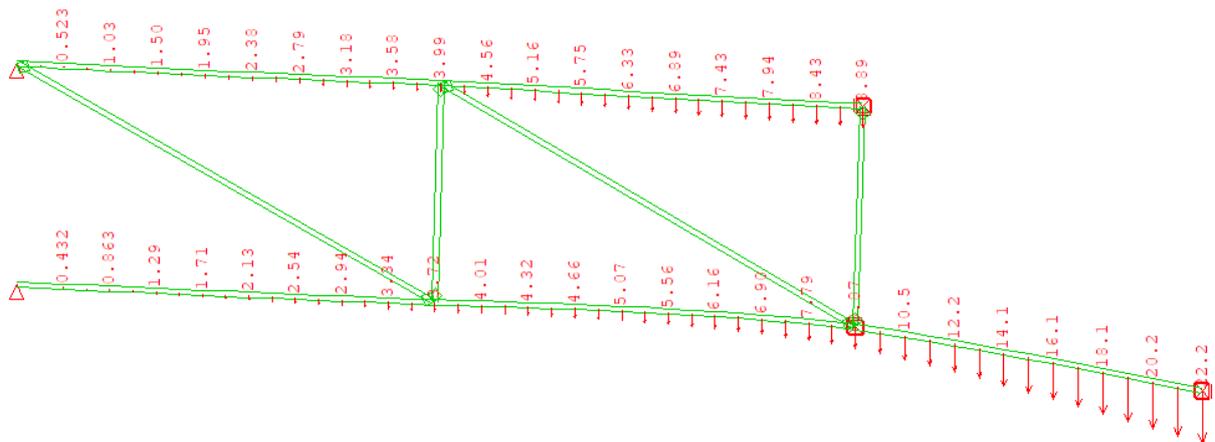


Abbildung 4-41: KHM - Ausgangssystem - Verformung u_z [mm]

Eine Eigenwertanalyse am Ausgangssystem kann nicht innerhalb des Tools aktiviert werden und muss daher in der Teddy-Datei eingegeben werden. Es soll 100 % der ständigen Last angesetzt werden und 40 % der veränderlichen Last.

Aus der Berechnung ergibt sich eine Frequenz des Balkons von $f \approx 5,76$ Hz in der ersten Eigenform, was hinsichtlich der Nutzungsanforderung noch zu gering ist. Für Tribünen wird eine Frequenz von $f > 6,5$ Hz angestrebt.

Tabelle 4-17: KHM - Ausgangssystem - Eigenwerte

No	LC	frequency [Hertz]	effective modal mass			activated mass[%]	rotation around S		
			X[%]	Y[%]	Z[%]		phiX[%]	phiY[%]	phiZ[%]
1	2001	5,759	0,00	0,00	50,22	20,66	3,59	0,00	0,00
2	2002	14,164	0,00	0,03	34,10	47,63	0,12	0,00	0,00
3	2003	30,424	0,00	0,00	11,60	21,87	1,19	0,00	0,00
4	2004	31,769	12,33	0,00	0,00	33,36	0,00	3,16	44,88

3. Optimierung

Die Träger sollen in der Höhe optimiert werden mit den Grenzen von:

Minimale Höhe = 60 mm

Maximale Höhe = X

Die Optimierung basiert auf den folgenden Daten:

Tabelle 4-18: KHM - Daten für Optimierung

Elementlänge	~0,1 m
Anzahl Elemente	90
Masse der zu optimierenden Stäbe	754,9 kg
Umzuverteilende Masse $\Delta\hat{m}$	15,1 kg
Faktor	2 %

Nach 8 Iterationen ist die Berechnung beendet. 11 Stäbe wurden ausgeschlossen und auf das Kriterium von $H = 60$ mm gesetzt.

Tabelle 4-19: KHM - Berechnungsdaten

Iterationen j	8
Berechnungszeit je Iteration	~ 99 s
ausgeschlossene Stäbe	11

4. Ergebnis

Folgender Querschnittsverlauf soll für die Balkenkonstruktion die maximale Steifigkeit bereitstellen.

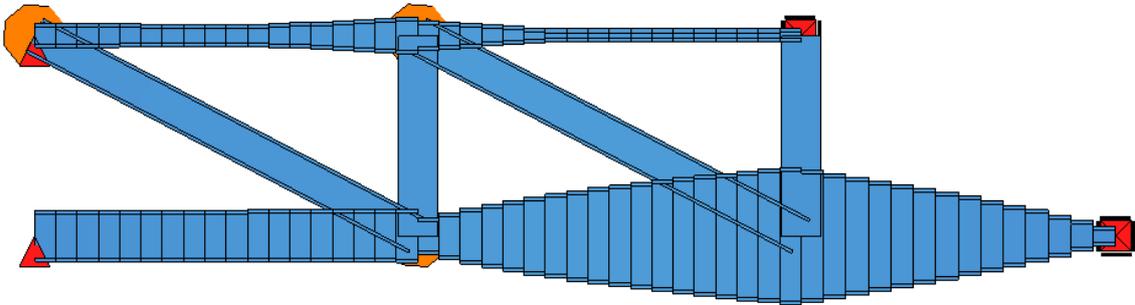


Abbildung 4-42: KHM - Optimiertes System

Die reduzierte Verformung am Kragende beträgt 15,3 mm.

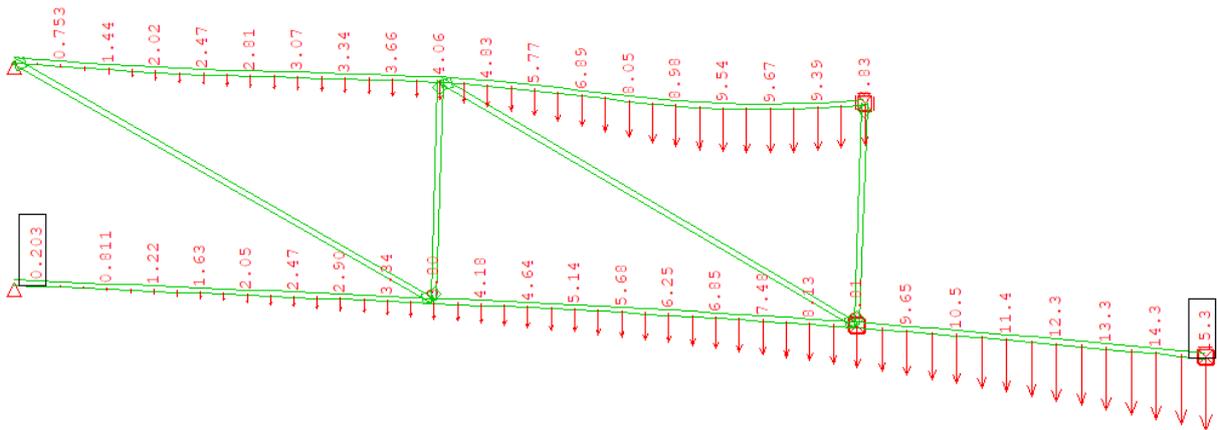


Abbildung 4-43: KHM - Optimiertes System - Verformung u_z [mm]

Insgesamt hat sich die Verformung am Kragende um knapp 31 % verringert und auch die Ausnutzung der Querschnitte hat sich stark vergleichmäßigt, wie in Abbildung 4-45 dargestellt.

Tabelle 4-20: KHM - Abgleich nicht-optimiertes und optimiertes System

		Ausgangssystem	Optimiertes System
Verformung am kritischen Punkt u_z		22,18 mm	15,32 mm
Verformungsreduktion		~30,9 %	
Ausnutzung	min	1,4 %	13,9 %
	max	52,4 %	39,7 %

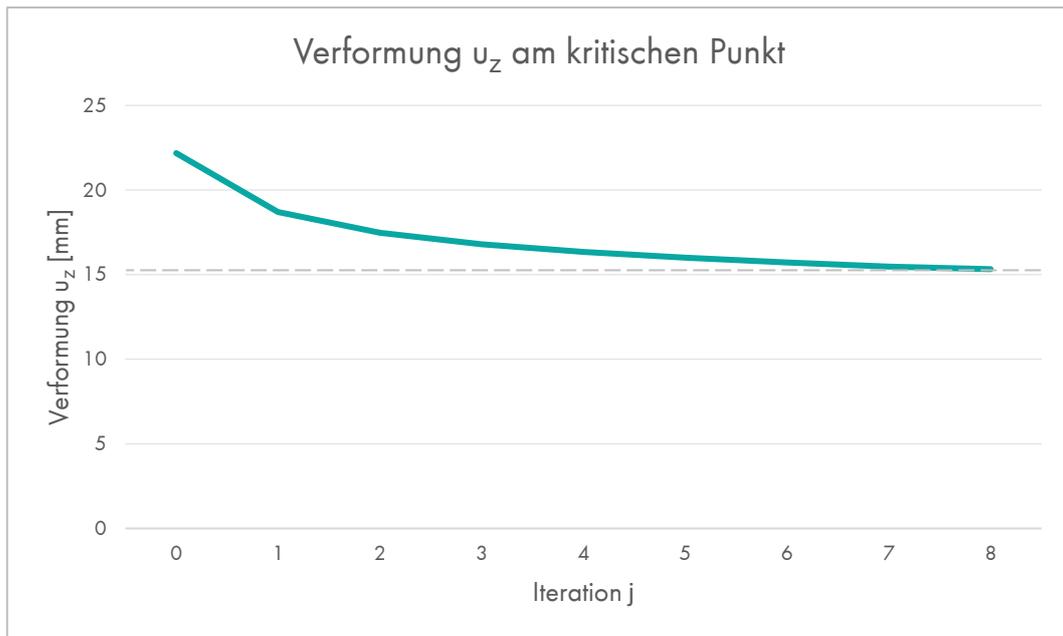


Abbildung 4-44: KHM- Verformung u_z je Iteration

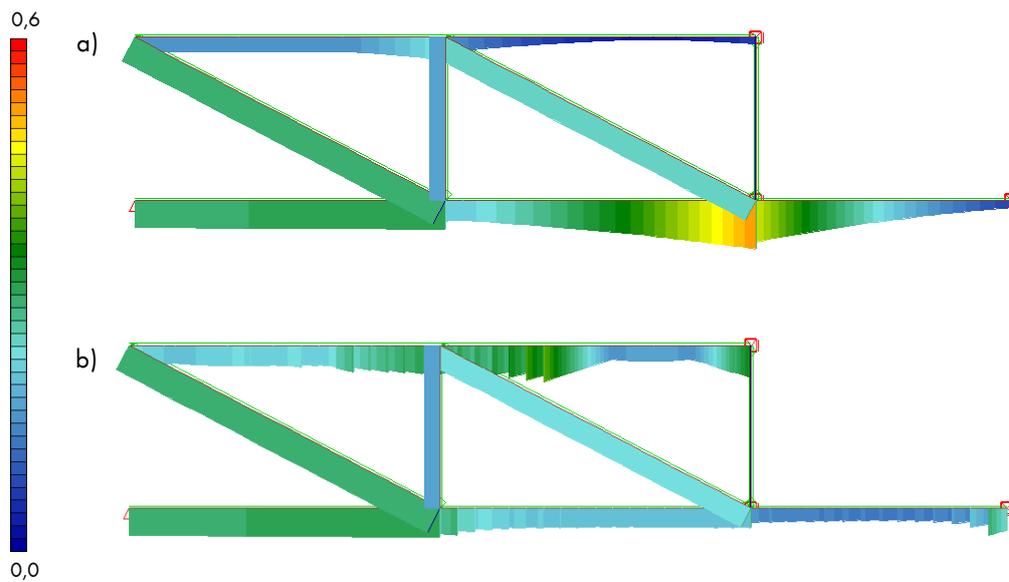


Abbildung 4-45: KHM - Spannungsausnutzung: a) Ausgangssystem; b) optimiertes System

Relevant ist nun die Frage, ob sich mit der Verformung auch die Eigenfrequenz verbessert hat. Analog zu den Berechnungsgrundlagen für das Ausgangssystem wird auch die Teddy-Datei des optimierten Systems angepasst und berechnet.

Aus der Eigenwertanalyse resultiert eine Eigenfrequenz in der ersten Eigenform des optimierten Systems von 6,62 Hz.

Tabelle 4-21: KHM - Optimiertes System - Eigenwerte

No	LC	frequency [Hertz]	effective modal mass			activated mass[%]	rotation around S		
			X[%]	Y[%]	Z[%]		phiX[%]	phiY[%]	phiZ[%]
1	2001	6,619	0,00	0,01	65,35	32,06862	3,00	0,00	0,00
2	2002	10,649	0,00	0,00	0,47	24,64372	0,03	0,00	0,00
3	2003	15,645	0,00	0,00	27,86	22,27813	1,74	0,00	0,00
4	2004	29,100	0,00	0,02	2,40	21,31213	0,05	0,00	0,00

Somit hat sich die Frequenz um knapp 15 % erhöht und erreicht damit auch den anzustrebenden Grenzwert von 6,5 Hz.

Tabelle 4-22: KHM - Abgleich der Eigenfrequenzen

	Ausgangssystem	Optimiertes System
Eigenfrequenz - No 1	5,76 Hz	6,62 Hz
Frequenzänderung	~14,9 %	

Eine erwartete Erhöhung der Frequenz hat sich bestätigt. Allerdings sollten die Ergebnisse aufgrund vieler Wechselwirkungen mit den anschließenden Trägern in einem Gesamtmodell des Rahmens oder sogar der gesamten inneren Hülle nochmals überprüft werden. Da 6,62 Hz noch immer knapp bemessen ist, ist weiterhin ein Schwingungstilger nicht auszuschließen.

4.3 Validierung

Die verschiedenen Anwendungsbeispiele haben gezeigt, dass das innerhalb der Arbeit erstellte Tool vollkommen seinen Zweck erfüllt. Das primäre Ziel, die Steifigkeit des Tragwerkes zu erhöhen und dadurch die Verformung am kritischen Punkt deutlich zu reduzieren, wurde in allen Beispielen mit beeindruckenden Ergebnissen erreicht. Neben der Verformung konnten ebenfalls die Eigenschwingungen eines Tragwerkes verbessert werden, was die Anwendung an den Balkonrängen des Konzerthauses gezeigt hat.

Ein Nachteil aller Berechnungen stellt die lange Berechnungszeit dar, die sich reduzieren lässt, indem der Faktor der umzuverteilenden Masse hochgesetzt wird. 2 % der Gesamtmasse ist ein sehr geringer Wert, der in jedem Fall zu einem genauen Ergebnis führt, aber eine hohe Iterationszahl mit sich zieht. Unabhängig vom Massenfaktor ist die Berechnungszeit einer einzigen Iteration ohnehin hoch.

Tabelle 4-23 zeigt die Laufzeiten der Berechnung in Abhängigkeit von den Eingabedaten für die Optimierung. Je komplexer ein System ist und je mehr Elemente und damit auch unterschiedliche Querschnitte ein System hat, desto länger benötigt die Berechnung. Das Modul AQUA, das die gesamten Querschnitte erstellt und definiert, beansprucht etwa 70 % der Zeit einer einzigen SOFiSTiK Kalkulation.

Tabelle 4-23: Vergleich der Berechnungen

	1	2	3	4
System	Einfeldträger mit Kragarm	Rahmen	Trägerrost	Konzerthaus
Anzahl Elemente	36	168	672	90
Umzuverteilende Masse	9 kg	40,5 kg	111,4 kg	15,1 kg
Iterationen	19	19	17	8
Berechnungszeit je Iteration	47 s	61 s	461 s	99 s
Verformungsreduktion	55,90 %	49,30 %	102 %	30,90 %

Derzeit sind im Tool zwei Systemberechnungen innerhalb einer Schleife (Schritt 6 und 11 in Abbildung 3-4) enthalten. Die erste Systemberechnung dient der Schnittgrößen- und Querschnittswertberechnung der „neuen“ Querschnitte für die Sensitivitätsanalyse, die zweite Systemberechnung dient der Berechnung der veränderten Verformung und der Prüfung der Tragfähigkeit. Eine optimierte Version der hier vorliegenden wäre, die erste Systemberechnung durch programmierte Komponenten zu ersetzen, die lediglich für die erste Iteration die Schnittgrößen aus der Systemberechnung des Ausgangssystems (Schritt 4 in Abbildung 3-4) zieht und in jeder weiteren Iteration die Schnittgrößen aus der letzten Systemberechnung (Schritt 11 in Abbildung 3-4) hernimmt. Aus zeitlichen Gründen konnte dies im Rahmen dieser Bachelorarbeit nicht mehr umgesetzt werden.

Das implementierte Abbruchkriterium, welches die Optimierung beendet, sobald die Verformung konvergiert, funktioniert wie gewünscht. Sobald die Änderung der Verformung kleiner als 1 % wird, bricht die Schleife ab. Falls anderes gewünscht wird, kann der Wert für das Kriterium händisch in der jeweiligen Komponente angepasst werden.

Bei einem zu hoch angesetzten Massenfaktor kann es passieren, dass der Verformungsverlauf „springt“. Nachdem sich die Verformung verringert hat, wird sie in der nächsten Iteration wieder größer. Lässt sich dies nicht durch Herabsetzen des Massenfaktors umgehen, muss man manuell eine Iteration zurückgehen und die Querschnittswerte und Verformungen aus dieser Iteration entnehmen.

Auch der erweiterte Ausschluss der Stäbe bei überschrittener Spannungsausnutzung fügt sich im Ablauf wie gewünscht ein. In den bisher durchgeführten Optimierungen schaltete sich das Ausschlusskriterium korrekt ein. Jedoch gibt es noch Probleme im Skriptablauf bezüglich des bereits beschriebenen Problems beim Einfeldträger in Kapitel 4.1, was den Ausschluss von Elementen betrifft, die eine überschrittene Ausnutzung erreichen oder eine Grenzabmessung bereits erreicht haben. Da die Schleife des Plug-Ins Anemone [21] sehr empfindlich ist, ist es gut möglich, dass eine Datenverknüpfung innerhalb der Schleife nicht sauber gelegt ist.

5 ZUSAMMENFASSUNG

Das Ergebnis der vorliegenden Arbeit ist ein korrigiertes Grasshopper Skript, das nun eine automatisierte, praxisorientierte und einfache Anwendung der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung bereitstellt.

Hierzu wird zunächst auf die Grundlagen der Optimierung, sowie den mechanischen Hintergrund der MVM – dem Prinzip der virtuellen Kräfte – eingegangen. Auf dieser Grundlage wird das Prinzip der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung erläutert.

Das dritte Kapitel dreht sich um die programmtechnische Umsetzung. Nachdem die verwendeten Programme, Plug-Ins und Werkzeuge innerhalb von Grasshopper vorgestellt werden, wird der Ablauf des neu strukturierten Skriptes beschrieben, wobei für den vollen Umfang des Skriptes auf Anhang C1.1.1 zu verweisen ist. Des Weiteren werden die Prozesse der neu implementierten Kriterien dargestellt: zum einen den Ausschluss der Stäbe mit überschrittener Tragfähigkeit, zum anderen den Abbruch der gesamten Optimierungsschleife bei Erreichen einer Konvergenz.

Das Tool wird im vierten Kapitel umfänglich an vier Beispielen angewendet, getestet und validiert. Die Ergebnisse der zum Teil stark reduzierten Verformungen sowie der angleichenden Spannungsausnutzungen zeigen, dass das Tool sein Zweck und den der MVM vollkommen erfüllt. Zudem zeigen die Ergebnisse des Praxisbeispiels Konzerthaus München das Potenzial der Methode. Neben der Verformung können ebenso Eigenschwingungen der Systeme verbessert werden.

Andererseits hat die Anwendung des Tools noch immer kleinere Einschränkungen gezeigt, die noch auf Verknüpfungsunstimmigkeiten innerhalb von Grasshopper zurückzuführen sind.

6 AUSBLICK

Die Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung bietet ein sehr umfangreiches Spektrum an Möglichkeiten, die das Tool zum Teil bisher noch nicht abdeckt.

Eine noch fehlende Komponente im Tool ist eine automatische Symmetrierkennung des Systems, um asymmetrische Querschnittsverteilungen zu vermeiden. Asymmetrisch angreifende Belastungen als ungünstiger Lastfall führen im Regelfall zu asymmetrischen Kraftverläufen und somit auch zu einer ungleichen Querschnittsverteilung. Das hier aufgeführte Rahmentragwerk ist durch die reine Horizontalbelastung eine Ausnahme. D. Nimführ [3] hat in seiner Abschlussarbeit bereits eine erste Symmetriebetrachtung an Gitterschalen durchgeführt.

Ein nächster Schritt im Rahmen einer Optimierung wäre, das Gesamtgewicht des Systems zu reduzieren, sofern die Grenzwerte der Verformung eingehalten sind. Die starke Reduzierung und Vergleichmäßigung der Spannungsausnutzung zeigt, dass eine Querschnitts- und damit auch Gewichtsreduzierung aus der Tragfähigkeit heraus definitiv möglich ist. Erste Erkenntnisse hat bereits C. Holzinger in seiner Abschlussarbeit [2] dazu gewonnen.

Generell hat das Tool das Potenzial, für alle möglichen Stabtragwerke ausgebaut zu werden. Somit könnten nicht nur Stahlstäbe optimiert werden, sondern auch Stäbe aus Stahlbeton oder Holz.

Jedoch muss klar sein, dass durch jede weitere Anforderung an dieses Tool und jede Erweiterung das Tool in Grasshopper größer, fehleranfälliger und rechenintensiver wird.

Außerdem könnte – separat zu diesem Tool – die Anwendung der MVM auf Flächen als automatisiertes Tool erstellt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] I. Szabó, *Geschichte der mechanischen Prinzipien*, Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 1987.
- [2] C. Holzinger, „Tragwerkoptimierung durch Materialumverteilung und Materialreduktion“, Diplomarbeit, Fachhochschule Kärnten, Spittal, 2011.
- [3] D. Nimführ, „Optimierung der Materialverteilung in Gitterschalen – Analyse der Verformungsminimierung durch Materialumverteilung und Übertragung auf praktische Anwendungsbeispiele“, Masterarbeit, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2017.
- [4] P. Kurzenhäuser, „Optimierung komplexer Tragwerke: Entwicklung eines Tools zur Anwendung der MVM in der Praxis“, Bachelorarbeit, Hochschule für Technik, Stuttgart, 2022.
- [5] B. Braun, „Strukturentwicklung im Leichtbau - Integrierte CAE - Prozesse“, in *Stahlbau Kalender*, Berlin, Ernst & Sohn, 2015, pp. 567 - 605.
- [6] E. Ramm und K. Maute, „Tragwerkoptimierung als Entwurfshilfe - Erste Ansätze“, in *Finite Elemente in der Baupraxis*, Darmstadt, 1998.
- [7] K.-U. Bletzinger, M. Firl und F. Daoud, „Techniken der Formoptimierung“, 2005.
- [8] K. Maute, „Topologie- und Formoptimierung von dünnwandigen Tragwerken“, Institut für Baustatik der Universität Stuttgart, Stuttgart, 1998.
- [9] F. Daoud, „Formoptimierung von Freiformschalen. Mathematische Algorithmen und Filtertechniken“, Technische Universität München, München, 2005.
- [10] A. Schumacher, *Optimierung mechanischer Strukturen*, Berlin: Springer Vieweg, 2013.
- [11] S. Schwarz, „Sensitivitätsanalyse und Optimierung bei nichtlinearem Strukturverhalten“, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2001.
- [12] R. Kemmler, „Technische Mechanik 1 - Vorlesungsskriptum“, Hochschule für Technik, Wirtschaft und Gestaltung Konstanz, Konstanz, 2018.
- [13] D. Dinkler, *Grundlagen der Baustatik*, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.
- [14] R. Kemmler, „Baustatik 1 - Vorlesungsskriptum“, Hochschule für Technik, Wirtschaft und Gestaltung Konstanz, Konstanz, 2019.
- [15] W. Sundermann, G. Eilbracht, C. Holzinger und W. Sobek, „Ein praktisches Verfahren zur Optimierung verformungsempfindlicher Tragwerke mit der Methode der Materialumverteilung und -reduktion“, *Bauingenieur*, Bd. 90, pp. 24-33, Januar 2015.
- [16] W. Sundermann, G. Eilbracht und C. Holzinger, „Anwendungsbeispiele zur Optimierung verformungsempfindlicher Tragwerke“, *Stahlbau*, pp. 413-420, Juni 2013.
- [17] Werner Sobek AG, 1.63_MVM Sofistik.gh [Software], 2022.

-
- [18] Robert McNeel & Associates, Rhino 7 [Software].
- [19] Robert McNeel & Associates, Grasshopper [Software].
- [20] „The Grasshopper Primer - Third Edition“, 2015. [Online]. [Zugriff am 28 06 2022].
- [21] M. Zwierzycki, Anemone.gha [Plug-In].
- [22] Y.S. Kwon, gh_sofistik.gha [Plug-In].
- [23] M. Brunetti, SOFi_CDB_Access.gha [Plug-In].
- [24] SOFiSTiK AG, SOFiSTiK 2020 [Software].
- [25] Cukrowicz Nachbaur Architekten ZT GmbH, Visualisierung des Konzerthaus München, 2018.
- [26] Werner Sobek AG, Statikunterlagen der Leistungsphase 3 zum Konzerthaus München, 2022.
- [27] Cukrowicz Nachbaur Architekten ZT GmbH, Planungsunterlagen der Leistungsphase 3 des Konzerthaus München, 2022.

Anhang A: Formeln zu den angepassten Querschnittsgrößen infolge Δm

Rechteckhohlprofil (RHS)	
Veränderung der Querschnittsfläche:	$\Delta A = \frac{\Delta m}{\rho L}$
Anpassung der Höhe:	$\Delta h = \frac{\Delta A}{2 t}$
Anpassung der Breite:	$\Delta b = \frac{\Delta A}{2 t}$
Anpassung der Blechstärke:	$\Delta t = t - \frac{1}{4} (h + b) + \sqrt{\left(-t + \frac{1}{4} (h + b)\right)^2 - \frac{\Delta A}{4}}$

Rohrprofil (CHS)	
Veränderung der Querschnittsfläche:	$\Delta A = \frac{\Delta m}{\rho L}$
Anpassung des Außendurchmessers:	$\Delta D = \frac{\Delta A}{\pi t}$
Anpassung der Blechstärke:	$\Delta t = \frac{1}{2} * \left((D - 2 t) - \sqrt{(D - 2 t)^2 - \frac{4 \Delta A}{\pi}} \right)$

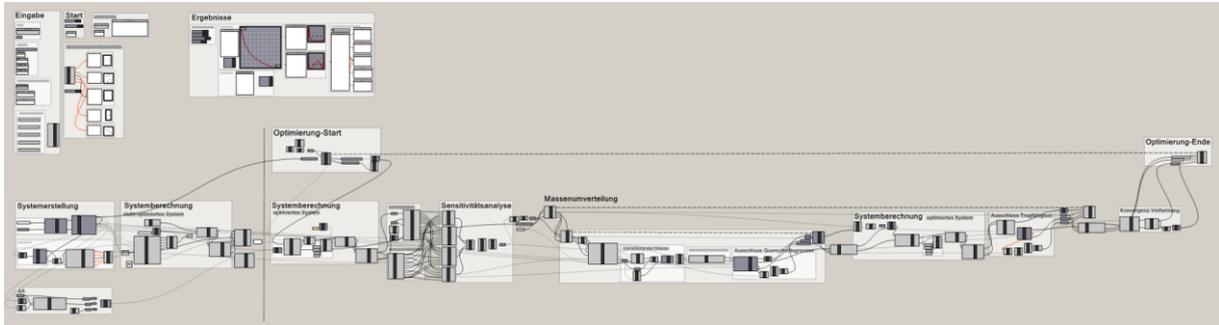
I - Profil (I)	
Veränderung der Querschnittsfläche:	$\Delta A = \frac{\Delta m}{\rho L}$
Anpassung der Höhe:	$\Delta h = \frac{\Delta A}{t_s}$
Anpassung der Breite:	$\Delta b = \frac{\Delta A}{2 t_f}$
Anpassung der Flanschdicke:	$\Delta t_f = \frac{\Delta A}{2 (b - t_s)}$
Anpassung der Stegdicke:	$\Delta t_s = \frac{\Delta A}{h - 2 t_f}$

Rechteckvollprofil (Flach)	
Veränderung der Querschnittsfläche:	$\Delta A = \frac{\Delta m}{\rho L}$
Anpassung der Höhe:	$\Delta h = \frac{\Delta A}{b}$
Anpassung der Breite:	$\Delta b = \frac{\Delta A}{h}$

Rundstahl (Rund)	
Veränderung der Querschnittsfläche:	$\Delta A = \frac{\Delta m}{\rho L}$
Anpassung des Durchmessers:	$\Delta D = -D + \sqrt{D^2 + \frac{4 \Delta A}{\pi}}$

Anhang B: Anleitung zur Anwendung des MVM-Tools

Es folgt eine knappe Anleitung zur Installation der notwendigen Software und zur Bedienung des Tools.



Erforderliche Software

- Rhino 6 oder neuer
- Grasshopper
Grasshopper ist i.d.R. im Software-Paket von Rhinoceros 6&7 enthalten
- SOFiSTiK 2020



Zusätzlich muss im SOFiSTiK Application Manager unter „SOFiSTiK 2020“ das *SOFiSTiK Rhino Interface* installiert werden.

Außerdem müssen die erforderlichen Plug-Ins und JSON-Dateien vorhanden sein.

0. Vor der Anwendung – Installation

Bevor das Tool gestartet werden kann, müssen die hier aufgeführten Plug-Ins und JSON-Dateien heruntergeladen und korrekt abgelegt werden.

Plug-Ins:

- anemone1.gha
- gh_sofistik_2020.ghlink
- ghSofi (Rhino 6 bis 2021.10.1).gha
- SOFi_CDB_Access.gha
- (Lunchbox Folder (falls noch nicht installiert))

Die Plug-Ins müssen folgendermaßen abgelegt werden:

Variante A:

1. Rhino Öffnen
2. Grasshopper starten
3. „Components Folder öffnen“ via: *File > Special Folders > Component Folder*
4. Plug-Ins hier einfügen

Variante B:

1. Ordner öffnen mit dem Pfad:
C:\Users*Username*\AppData\Roaming\Grasshopper\Libraries
2. Plug-Ins hier einfügen

FEHLERMELDUNG	<p>Falls die Plug-Ins nicht laden sollten oder eine Fehlermeldung angezeigt wird, ist das Plug-In von Windows aus Sicherheitsgründen blockiert oder auch schreibgeschützt. Hierfür die <i>Eigenschaften</i> der Datei im Ordner öffnen (<i>Rechtsklick > Eigenschaften</i>).</p> <p>Die Häkchen der Attribute und der Sicherheit (falls angezeigt) sollten folgendermaßen verteilt sein:</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>Attribute: <input type="checkbox"/> Schreibgeschützt <input type="checkbox"/> Versteckt <input type="button" value="Erweitert..."/></p> <p>Sicherheit: Die Datei stammt von einem anderen Computer. Der Zugriff wurde aus Sicherheitsgründen eventuell blockiert. <input checked="" type="checkbox"/> Zulassen</p> </div>
---------------	--

JSON – Dateien:

- CHS - DIN EN 10210.json
- FL - DIN EN 10058.json
- R - DIN EN 10060.json

Die Querschnittsdefinitionen des Rundhohlprofils (CHS), Rechteckvollprofils (FL) und Rundrohrs (R) als JSON-Datei werden hier abgelegt:

C:\Program Files\SOFiSTiK\2020\SOFiSTiK Rhinoceros Interface 2020\grasshopper\content\steel profiles

1. Systemeingabe in RHINO

1. Geometrie in Rhino zeichnen

ANMERKUNG: Jeder Stab zwischen zwei Knoten muss als Einzellinie modelliert sein, da es wö-
möglich zu Fehlern während der Berechnung kommt.

TIPP: Polylinie zeichnen und mit dem Befehl zerlegen (engl. Explode) in Einzellinien teilen

2. Geometrien den entsprechenden Layern zuordnen & folgendermaßen bezeichnen:

Hauptlayer	Unterlayer																																																																												
01_Geometrie	<p>Profil_Optimierungsparameter_Abmessungen_Grenz-Minimum_Grenz-Maxi- mum_Gelenk-Anfang_Gelenk-Ende_Elementlänge_Stabtyp</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Profil</th> <th rowspan="2">Opt.- param.</th> <th colspan="3">Abmessungen [mm]</th> <th colspan="2">Grenze</th> <th colspan="2">Gelenk</th> <th rowspan="2">Element- länge [m]</th> <th rowspan="2">Stabtyp</th> </tr> <tr> <th>H</th> <th>B</th> <th>T</th> <th>Min [mm]</th> <th>Max [mm]</th> <th>Anfang</th> <th>Ende</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>RHS</td> <td>H B T X</td> <td>H</td> <td>B</td> <td>T</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>CHS</td> <td>D T X</td> <td colspan="2">D</td> <td>T</td> <td></td> <td></td> <td>N V_z</td> <td>N V_z</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>I</td> <td>H B T_w T_f X</td> <td>H</td> <td>B</td> <td>T_w</td> <td>T_f</td> <td><min></td> <td><max></td> <td>N V_y M_T M_z M_y X</td> <td>N V_y M_T M_z M_y X</td> <td><Länge></td> <td>Beam/X Cable</td> </tr> <tr> <td>Flach</td> <td>H B X</td> <td colspan="2">H</td> <td colspan="2">B</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Rund</td> <td>D X</td> <td colspan="3">D</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Profil	Opt.- param.	Abmessungen [mm]			Grenze		Gelenk		Element- länge [m]	Stabtyp	H	B	T	Min [mm]	Max [mm]	Anfang	Ende	RHS	H B T X	H	B	T							CHS	D T X	D		T			N V _z	N V _z			I	H B T _w T _f X	H	B	T _w	T _f	<min>	<max>	N V _y M _T M _z M _y X	N V _y M _T M _z M _y X	<Länge>	Beam/X Cable	Flach	H B X	H		B								Rund	D X	D									
Profil	Opt.- param.			Abmessungen [mm]			Grenze		Gelenk				Element- länge [m]	Stabtyp																																																															
		H	B	T	Min [mm]	Max [mm]	Anfang	Ende																																																																					
RHS	H B T X	H	B	T																																																																									
CHS	D T X	D		T			N V _z	N V _z																																																																					
I	H B T _w T _f X	H	B	T _w	T _f	<min>	<max>	N V _y M _T M _z M _y X	N V _y M _T M _z M _y X	<Länge>	Beam/X Cable																																																																		
Flach	H B X	H		B																																																																									
Rund	D X	D																																																																											
02_Auflager	<table border="1"> <tbody> <tr> <td rowspan="4">Festhalterung translatorisch</td> <td>PP</td> <td>Alle Richtungen</td> </tr> <tr> <td>PX</td> <td>in x-Richtung</td> </tr> <tr> <td>PY</td> <td>in y-Richtung</td> </tr> <tr> <td>PZ</td> <td>in z-Richtung</td> </tr> <tr> <td rowspan="4">Festhalterung rotatorisch</td> <td>MM</td> <td>Alle Richtungen</td> </tr> <tr> <td>MX</td> <td>um x-Achse</td> </tr> <tr> <td>MY</td> <td>um y-Achse</td> </tr> <tr> <td>MZ</td> <td>um z-Achse</td> </tr> </tbody> </table>	Festhalterung translatorisch	PP	Alle Richtungen	PX	in x-Richtung	PY	in y-Richtung	PZ	in z-Richtung	Festhalterung rotatorisch	MM	Alle Richtungen	MX	um x-Achse	MY	um y-Achse	MZ	um z-Achse																																																										
Festhalterung translatorisch	PP		Alle Richtungen																																																																										
	PX		in x-Richtung																																																																										
	PY		in y-Richtung																																																																										
	PZ	in z-Richtung																																																																											
Festhalterung rotatorisch	MM	Alle Richtungen																																																																											
	MX	um x-Achse																																																																											
	MY	um y-Achse																																																																											
	MZ	um z-Achse																																																																											

03_Lasten

Belastungsart_Lastrichtung_Last

Belastungsart		Lastrichtung		Last	
PUNKT / LINIE	-	PX	-	<Last- betrag>	Last
		PY			
		PZ			
		MX			Moment
		MY			
		MZ			

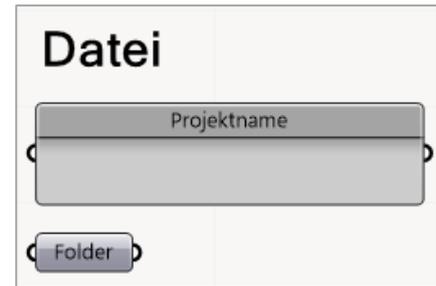
04_Einheitslast (auf
Auswertungspunkt)

Belastungsart_Lastrichtung_Last

Belastungsart		Lastrichtung		Last	
PUNKT / LINIE	-	PX	-	1	Last
		PY			
		PZ			
		MX			Moment
		MY			
		MZ			

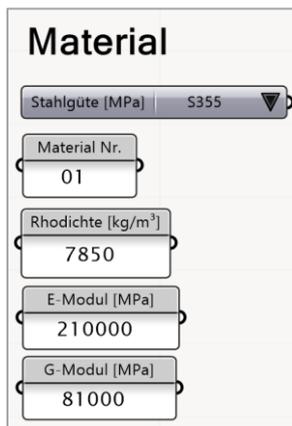
2. Eingabe in Grasshopper

1. Dateiname & Dateiordner definieren
 - Im Panel den Dateinamen definieren
 - Unter „Folder“ Ordnerpfad angeben durch *Rechtsklick > Select a dictionary*



ANMERKUNG: Der Ordnername darf keine Umlaute enthalten!

2. Material festlegen



3. Massenfaktor der umzuverteilenden Masse festlegen in %



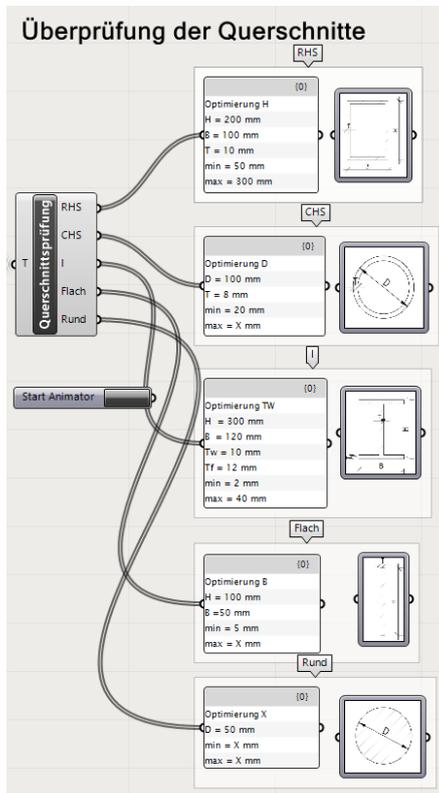
4. Lokale Stabachsen der einzelnen Querschnitte festlegen

3. Start der Optimierung

1. Button *Systemimport*: Geometrie & Systemdaten werden aus Rhino importiert

➤ Toggle *Start Optimierung* muss dabei auf `False` stehen

2. Überprüfung der Querschnittseingabe



3. Toggle *Start Optimierung* auf `True`: startet die Optimierung

Anhang C: Datenträger

Auf dem beigelegten Datenträger befinden sich folgende Dateien:

1 - Tool

- 1 MVM-Tool
- 2 Plug-Ins
- 3 JSON-Dateien

2 - Anwendungsbeispiele

In diesem Ordner befinden sich die jeweiligen Rhino - Eingabedateien, sowie die Ergebnisse als CDB-File jeweils des Ausgangssystems sowie des optimierten Systems. Der Dateiordner des Konzerthauses München enthält zusätzlich die Eingabe für die Eigenwertanalyse.

- 1 Einfeldträger mit Kragarm
- 2 Rahmen
- 3 Trägerrost
- 4 Konzerthaus München

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, Lea Dominik, ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel: *„Neustrukturierung und Erweiterung der Methode der Verformungsreduzierung durch Materialumverteilung in einem algorithmischen Entwurfs- & Berechnungsprozess“* selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen wurden, sind in jedem Fall unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht. Die Arbeit ist noch nicht veröffentlicht oder in anderer Form als Prüfungsleistung vorgelegt worden.

Stuttgart, den 29.07.2022

.....
Lea Dominik